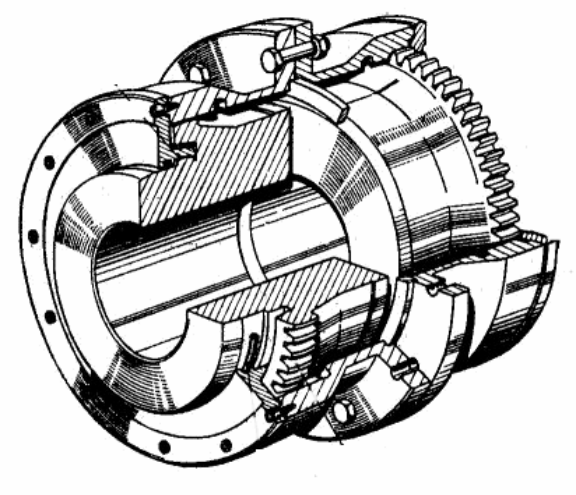
Viorica CONSTANTIN **Vasile PALADE**

ORGANE DE MAŞINI ŞI MECANISME



VOLUMUL II
TRANSMISII MECANICE

EDITURA FUNDAŢIEI UNIVERSITARE
"Dunărea de Jos" GALAŢI

Viorica CONSTANTIN Vasile PALADE

ORGANE DE MAŞINI ŞI MECANISME
Volumul II : Transmisii mecanice

VIORICA CONSTANTIN **VASILE PALADE**

ORGANE DE MAŞINI ŞI MECANISME

Vol. II

TRANSMISII MECANICE

Editura Fundației Universitare
„*Dunărea de Jos*”- Galați, 2005

UNIVERSITATEA „DUNĂREA DE JOS” DIN GALAȚI
FACULTATEA DE MECANICĂ

Editura Fundației Universitare „Dunărea de Jos” din Galați
este acreditată de CNCSIS

Referent ştiinţific:
Prof.univ.dr.ing.

.

Editura Fundației Universitare
“Dunărea de Jos”, Galați, 2004

www.editura.ugal.ro
editura @ugal.ro

ISBN

Colecția Ştiințe inginereşti

Prezenta lucrare face o simbioză între mecanisme şi părțile componente ale acestora – organele de maşini, reținând din partea de mecanisme numai elementele necesare înțelegerii funcționării şi proiectării maşinilor.

Organe de maşini şi mecanisme este o disciplină de cultură tehnică generală cu caracter tehnic şi aplicativ care are ca scop studierea elementelor componente ale maşinilor şi mecanismelor, cu luarea în considerație a legăturilor şi interdependenței dintre ele, a satisfacerii rolului funcțional, al siguranței în exploatare şi al cerințelor de execuție şi montaj, în vederea stabilirii factorilor caracteristici ai fiecărui organ de maşină. Această disciplină contribuie la formarea orizontului tehnic şi interdisciplinar al viitorului specialist, la deprinderea lui cu metodele inginereşti ştiințifice de abordare şi soluționare a problemelor din construcția de maşini.

Lucrarea se adresează tuturor studenților secțiilor cu profil tehnic, proiectanților şi inginerilor din exploatare. Materialul este concis, explicit şi prezintă toate elementele necesare înțelegerii unei proiectări corecte.

ISBN 973-627-164-1

CUPRINS

6. ANGRENAJE 9

6.1 Noțiuni generale 9
6.2 Geometria şi cinematica angrenării 12
6.2.1 Legea fundamentală a angrenării 12
6.2.2 Evolventa şi proprietățile ei 15
6.2.3 Geometria angrenajelor evolventice 16
6.2.4 Cremaliera de referință 18
6.2.5 Angrenarea roților deplasate 22
6.2.6 Continuitatea angrenării. Gradul de acoperire 23
6.2.7 Fenomenul de interferență. Numărul minim de dinți 25
6.2.8 Cauzele distrugerii angrenajelor 27
6.3 Calculul angrenajelor cilindrice paralele cu dinți drepți 29
6.3.1 Forțe ce acționează în angrenare 29
6.3.2 Calculul de rezistență la încovoiere a roților dințate cilindrice cu dinți drepți 30
6.3.3 Calculul de rezistență la presiune de contact 34
6.4 Angrenaje cilindrice paralele cu dinți înclinați 38
6.4.1 Elemente geometrice 38
6.4.2 Determinarea numărului minim de dinți 40
6.4.3 Calculul angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați 43
6.4.3.1 Forțe în angrenare 43
6.4.3.2 Calculul de rezistență la încovoiere 44
6.4.3.3 Calculul de rezistență la presiune de contact 45
6.5 Angrenaje cu roți dințate conice 45
6.5.1 Elemente geometrice 46
6.5.2 Calculul angrenajelor conice cu dinți drepți 49
6.5.2.1 Forțe în angrenare 49
6.5.2.2 Elemente de echivalare 50
6.5.2.3 Calculul de rezistență la încovoiere 51
6.5.2.4 Calculul de rezistență la presiune de contact 52
6.6 Angrenaje melcate 53
6.6.1 Generalități; clasificare 53
6.6.2 Elemente cinematice 56
6.6.3 Elemente geometrice 57
6.6.4 Calculul de rezistență 61
6.6.4.1 Forțe în angrenare 61
6.6.4.2 Calculul de rezistență la solicitarea de încovoiere 63
6.6.4.3 Calculul de rezistență la solicitarea de contact 66

6.7 Randamentul reductoarelor şi verificarea la încălzire 68
6.7.1 Randamentul reductoarelor 68
6.7.2 Verificarea la încălzire 70
6.8 Mecanisme cu roți dințate 71
6.9 Angrenaje speciale 75

7. OSII ŞI ARBORI DREPȚI 79

7.1 Noțiuni generale 79
7.2 Calculul osiilor 80
7.3 Calculul şi verificarea arborilor drepți 82
7.3.1 Predimensionarea 82
7.3.2 Dimensionarea din condiția de rezistență 83
7.3.3 Verificarea arborilor drepți 85
7.4 Fusuri şi pivoți 89
7.4.1 Noțiuni generale 89
7.4.2 Fusuri radiale de capăt 90
7.4.3 Fusuri axiale (pivoți) 91

8. LAGĂRE 93

8.1 Lagăre cu alunecare 93
8.1.1 Clasificare şi elemente constructive 93
8.1.2 Metode şi sisteme de ungere 97
8.2 Lagăre cu rostogolire (Rulmenți) 98
8.2.1 Noțiuni generale 98
8.2.2 Simbolizarea rulmenților 100
8.2.3 Repartizarea sarcinilor în rulmenți 102
8.2.4 Alegerea rulmenților 103
8.2.5 Montajul şi întreținerea rulmenților 109

9. CUPLAJE 113

9.1 Noțiuni generale 113
9.2 Cuplaje permanente 115
9.2.1 Cuplaje permanente fixe 115
9.2.1.1 Cuplajul cu manşon 115
9.2.1.2 Cuplajul cu flanşe 116
9.2.2 Cuplaje permanente mobile cu elemente intermediare rigide 117
9.2.2.1 Cuplajul cu gheare 118
9.2.2.2 Cuplajul cu disc intermediar (Oldham) 119
9.2.2.3 Cuplajul cardanic 121
9.2.2.4 Cuplajul dințat 124

9.2.3 Cuplaje permanente mobile cu elemente intermediare elastice 125
9.2.3.1 Cuplaje elastice cu elemente intermediare metalice 125
9.2.3.2 Cuplaje elastice cu elemente intermediare nemetalice 127
9.3 Cuplaje intermitente - ambreiaje 129
9.3.1 Ambreiaje cu fricțiune 129

10. MECANISME PENTRU TRANSFORMAREA MIŞCĂRII DE ROTAȚIE ÎN TRANSLAȚIE ŞI INVERS 135

10.1 Bilanțul energetic al maşinilor şi mecanismelor 135
10.1.1 Ecuația energiei cinetice a maşinii 135
10.1.2 Modele dinamice 136
10.1.3 Fazele de mişcare ale maşinii 138
10.1.4 Randamentul maşinilor 139
10.2 Reglarea mişcării maşinilor şi mecanismelor 141
10.2.1 Variațiile periodice ale vitezei unghiulare 141
10.2.2 Variațiile neperiodice ale vitezei unghiulare 145
10.3 Mecanismul bielă-manivelă 148
10.3.1 Generalități, forme constructive, forțe 148
10.3.2 Organele mecanismului bielă-manivelă 150
10.3.2.1 Pistonul 150
10.3.2.2 Segmenții 154
10.3.2.3 Biela 155
10.3.2.4 Arborele cotit 158
10.4 Mecanisme cu came 159
10.4.1 Noțiuni generale 159
10.4.2 Sinteza mecanismelor cu came 161
10.4.3 Construcția profilului unei came 166

11. ORGANE PENTRU CIRCULAȚIA FLUIDELOR 168

11.1 Generalități 168
11.2 Conducte 168
11.3 Organe de îmbinare a conductelor 170
11.4 Organe de închidere, dirijare, reglare şi control 172

BIBLIOGRAFIE 176

Capitolul 6
ANGRENAJE

6.1 Noțiuni generale

Angrenajele sunt mecanisme formate din două sau mai multe roți dințate, una antrenându-le pe celelalte prin acțiunea dinților aflați succesiv în contact.

Roțile dințate sunt organe de maşini care au la periferia lor dinți dispuşi în mod regulat pe suprafețe teoretice, numite suprafețe de revoluție.

Procesul continuu de contact între dinții roților conjugate ale unui angrenaj, în vederea asigurării mişcării neîntrerupte a celor două roți dințate se numeşte angrenare.

Larga răspândire a angrenajelor este justificată de capacitatea de realizare a unui raport de transmitere constant, de posibilitatea de obținere a unei game foarte largi de rapoarte de transmitere cu viteze si puteri diferite (de la 0,0001 kW la 10000 kW), siguranță în exploatare, randament ridicat, gabarit relativ redus şi durată de funcționare îndelungată.

Pe lângă aceste avantaje angrenajele prezintă o serie de dezavantaje, cum ar fi:

- necesită precizie ridicată de execuție;
- fac zgomot in timpul funcționării, mai ales la viteze mari;
- construcția şi controlul roților necesită utilaje, scule şi instrumente speciale;
- nu se poate realiza orice raport de transmitere.

Clasificarea roților dințate se face după mai multe criterii, şi anume:

a) după poziția relativă a axelor geometrice ale celor două roți:

- angrenaje cu axe paralele (angrenaje cilindrice, fig.6.1);
- angrenaje cu axe concurente (angrenaje conice, fig.6.2);
- angrenaje cu axe încrucişate (angrenaje hipoide, melcate, fig.6.3).

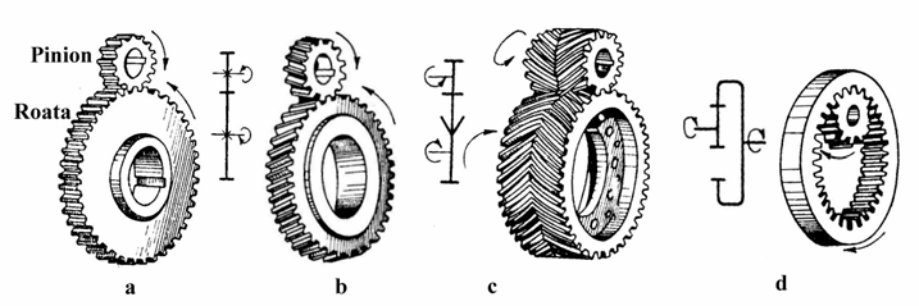


Fig.6.1

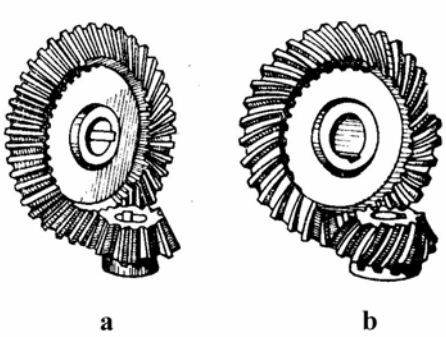


Fig.6.2

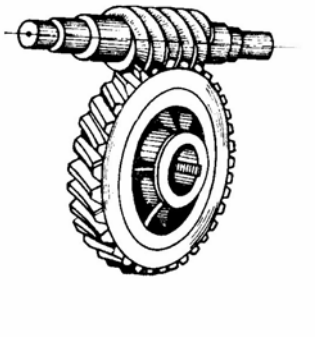


Fig.6.3

Angrenajele cu axe încrucişate realizează transmiterea mişcărilor între doi arbori cu axele încrucişate în spaţiu. Teoretic, în acest caz rezultă angrenajul *hiperboloidal*, care este format din două roţi cu dantura dispusă pe suprafeţele a doi hiperboloizi de rotaţie, tangenţi între ei după dreapta generatoare comună (fig.6.4). Acest angrenaj are o distanţă, în spaţiu, între axe (numită şi dezaxare) şi un unghi între axe Σ.

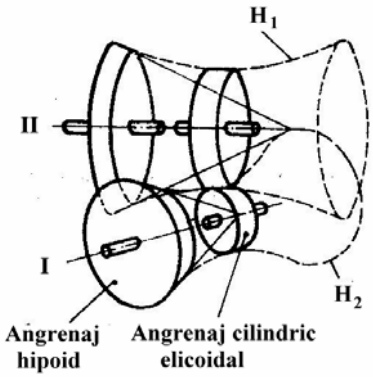


Fig.6.4

Prin particularizări, din angrenajul hiperboloidal se pot obţine toate celelalte tipuri de angrenaje. Astfel, *angrenajul elicoidal* se obţine prin utilizarea porţiunii simetrice de la mijlocul hiperboloizilor iar *angrenajul cu melc cilindric* se obţine dacă suprafaţa uneia din roţile

hiperboloidale se aproximează cilindrică. Prin transformarea ambelor roți hiperboloidale în roți cilindrice, rezultă *angrenajul cilindric încrucişat.* Dacă se utilizează porțiunile de la capete ale hiperboloizilor şi se înlocuiesc suprafețele hiperboloidale cu suprafețe conice, se realizează angrenajul pseudoconic (*hipoid*) sau angrenajul *spiroid*.

Dacă distanța dintre axe, a =0 şi unghiul dintre axe $\Sigma \neq 0$, angrenajul cu axe încrucişate devine *angrenaj conic* cu axe concurente, suprafețele hiperboloidale transformându-se în suprafețe conice. Pentru $a \neq 0; \Sigma = 0$ se obține *angrenajul paralel cilindric* cu suprafețele de rostogolire cilindrice.

La toate angrenajele cu axe încrucişate la care se aproximează suprafețele de rostogolire hiperboloidale cu conuri sau cilindri, teoretic, contactul liniar devine punctiform, ceea ce aduce după sine o capacitate portantă redusă.

b) după forma dinților roților dințate:

- dinți drepți (fig.6.1a, (fig.6.2a);
- dinți înclinați (fig.6.1b);
- dinți in V (fig.6.1c), în W, în Z;
- dinți curbi (fig.6.2b).

c) după poziția relativă a suprafețelor de rostogolire:

- angrenare exterioară (fig.6.1a, b, c);
- angrenare interioară (fig.6.1d).

d) după profilul dinților:

- în evolventă;
- în cicloidă;
- în arc de cerc (dantură Novicov)

e) după modul de mişcare a axelor geometrice:

- angrenaje cu axe fixe;
- angrenaje cu axe mobile: planetare sau diferențiale.

Materiale. Roțile dințate se pot construi într-o gamă foarte variată de materiale, în funcție de: sarcinile ce solicită dantura, durata totală de funcționare a angrenajelor, viteza şi precizia sa şi alte condiții suplimentare care se pot impune anumitor angrenaje (rezistența la temperatură, la coroziune etc.)

Principalele grupe de materiale din care se confecţionează roţile dinţate utilizate în construcţia de maşini sunt: oţelurile, fontele cenuşii, materialele neferoase (alama, bronzul etc.) şi anumite materiale nemetalice (textolit, bachelita, poliamida, lignofol şi alte sortimente de mase plastice).

Oţelurile sunt utilizate, în general, pentru angrenajele de lucru, la care uzura trebuie să fie cât mai mică. Din această grupă, mai frecvent utilizate sunt: oţelul carbon de calitate (pentru cementare şi îmbunătăţire) şi oţelurile aliate. Aceste materiale se supun tratamentelor termice în scopul măririi caracteristicilor de rezistenţă cât şi pentru a îmbunătăţi comportarea flancurilor dinţilor la diverse forme de uzură. Duritatea flancurilor pinionului trebuie să fie ceva mai mare decât duritatea roţilor conduse, pentru a preveni pericolul gripării flancurilor active ale angrenajelor şi pentru a asigura pinionului o durată de funcţionare apropiată de cea a roţii cu care angrenează.

Fontele se utilizează pentru angrenajele de dimensiuni mari, cu viteze periferice relativ scăzute. Roţile dinţate rezistă bine la uzură dar sunt mai puţin recomandate pentru solicitările de încovoiere. Din categoria fontelor se utilizează: fonta maleabilă, fonta cu grafit nodular şi fonta antifricţiune.

Dintre *neferoase*, mai des folosite sunt bronzurile. Cuplul de materiale oţel-bronz realizează o bună comportare la uzură şi randament superior, de aceea se utilizează în cazul angrenajelor melc-roată melcată.

In scopul reducerii preţului, a zgomotului şi vibraţiilor, se extinde utilizarea materialelor nemetalice. Din această categorie fac parte: textolitul, bachelita, poliamida, poliesterii etc. Masele plastice sunt higroscopice şi deci sensibile la umiditate (care le modifică dimensiunile) şi pot fi folosite la temperaturi ce nu depăşesc (80-100)°C.

6.2 Geometria şi cinematica angrenării

6.2.1 Legea fundamentală a angrenării

Legea angrenării, cunoscută sub numele de teorema lui Willis, stabileşte condiţia ce trebuie să o îndeplinească curbele de profil care mărginesc doi dinţi în contact, pentru ca transmiterea mişcării să se poată

realiza cu un raport de transmitere constant.

Pentru studierea acestei legi, se consideră două roți dințate, care se rotesc în jurul axelor (punctelor) O_1 şi O_2 cu vitezele unghiulare ω_1 şi ω_2 (fig.6.5) şi profilurile dinților lor, formate din curbele π_1 şi π_2, în contact în

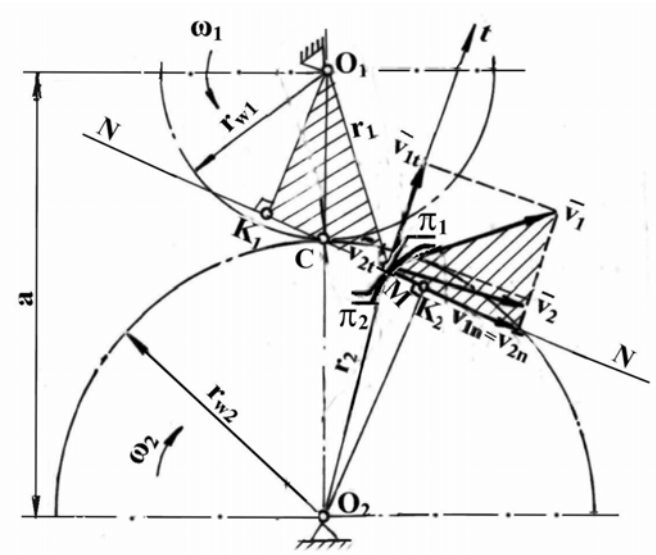


Fig.6.5

punctul M. Vitezele periferice ale celor două profiluri, în punctul de contact vor fi:

$$v_1 = \omega_1 \cdot \overline{O_1M}\,; \qquad v_2 = \omega_2 \cdot \overline{O_2M}\,, \tag{6.1}$$

unde O_1M şi O_2M sunt distanțele de la punctul de contact M la cele două centre de rotație ($\vec{v_1} \perp O_1M\,; \vec{v_2} \perp O_2M$). Prin descompunerea vitezelor periferice v_1 şi v_2 după normala NN şi tangenta t în punctul de contact, se obțin componentele normale, v_{1n} şi v_{2n} şi componentele tangențiale, v_{1t} şi v_{2t}. Din asemănarea triunghiurilor $Mv_{1n}v_1$ şi MK_1O_1 rezultă:

$$\frac{v_{1n}}{v_1} = \frac{O_1K_1}{O_1M}\,, \tag{6.2}$$

iar din asemănarea triunghiurilor $Mv_{2n}v_2$ şi MK_2O_2 rezultă:

$$\frac{v_{2n}}{v_2} = \frac{O_2K_2}{O_2M}\,. \tag{6.3}$$

Deoarece profilurile sunt rigide, transmiterea mişcării devine posibilă numai dacă $v_{1n} = v_{2n}$. Dacă $v_{1n} < v_{2n}$, rezultă că profilul π_2 are o viteză proprie, iar dacă $v_{1n} > v_{2n}$, profilul π_1 deformează profilul π_2.

Din condiția de egalitate a componentelor normale rezultă:

$$v_1 \cdot \frac{O_1K_1}{O_1M} = v_2 \cdot \frac{O_2K_2}{O_2M},$$

iar prin înlocuirea lui v_1 şi v_2 cu valorile din relațiile (6.1) se obține:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2K_2}{O_1K_1} \ . \tag{6.4}$$

Din asemănarea triunghiurilor O_1N_1C şi O_2N_2C rezultă:

$$\frac{O_2K_2}{O_1K_1} = \frac{O_2C}{O_1C} \ , \tag{6.5}$$

iar din relația (6.4) se obține raportul de transmitere i_{12},

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C}{O_1C} = const. \tag{6.6}$$

Întrucât punctul C se află pe dreapta O_1O_2 care uneşte centrele de rotație fixe ale celor două roți dințate, la intersecția cu normala NN la profilurile dinților, rezultă, că raportul de transmitere va fi constant, dacă punctul C rămâne fix pe linia centrelor, în tot timpul cât cele două profiluri sunt în contact. Ca urmare, legea fundamentală a angrenării se enunță astfel: pentru ca două roți dințate să transmită mişcarea de rotație sub un raport de transmitere constant, este necesar ca profilurile dinților să fie astfel construite, încât, în timpul angrenării, normala comună lor în punctele de contact să treacă printr-un punct fix C (polul angrenării) de pe linia centrelor.

Profilurile ce îndeplinesc legea angrenării sunt numite profiluri conjugate. Profilurile conjugate sunt curbe reciproc înfăşurătoare. Aceasta condiție este îndeplinită de curbele ciclice: evolventa, cicloidele şi arcul de cerc. Dintre aceste curbe mai des se utilizează evolventa deoarece prezintă următoarele avantaje:

- executarea danturii se face cu scule cu flancuri drepte;

- mişcările de generare sunt simple: rotația şi translația;

- alunecare redusă între profiluri;

- insensibilitate la erori tehnologice inerente, cum ar fi variația distanței între axe;

- roțile sunt interschimbabile.

Concluzii:

1. Traiectoria punctelor succesive de contact dintre profilurile dinților poartă denumirea de *traiectorie de angrenare* şi în cazul curbelor evolventice este chiar dreapta *N-N*.

2. Ştiind că *C* împarte distanța O_1O_2 într-un raport constant şi că:

$$O_1C + O_2C = r_{w1} + r_{w2} = const. \tag{6.7}$$

şi

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} \ , \tag{6.8}$$

rezultă că $O_1C = r_{w1}$ şi $O_2C = r_{w2}$, adică în timpul angrenării celor două profiluri, în punctul *C* se află în contact două cercuri de raze r_{w1} şi r_{w2} care se rostogolesc fără alunecare, numite *cercuri de rostogolire*.

3. Chiar dacă raportul de transmitere se menține constant, deci componentele normale ale vitezelor sunt egale, componentele tangențiale sunt diferite ($v_{1t} \neq v_{2t}$), cu excepția polului angrenării, *C*, unde sunt egale şi se realizează rostogolire pură între profiluri.

6.2.2 Evolventa şi proprietățile ei

Evolventa este curba descrisă de punctul fix M, situat pe dreapta *n*, care se rostogoleşte fără alunecare peste cercul de rază r_b, numit *cerc de bază* (fig.6.6).

Evolventa are două ramuri *E* şi E' şi un punct de întoarcere în M_0 pe cercul de bază.

Din definiție: $KM_0 = \overline{KM}$.

$$KM_0 = r_b \cdot (\alpha + \theta) \ ; \ \overline{KM} = r_b \cdot \tan\alpha \Rightarrow r_b \cdot (\alpha + \theta) = r_b \cdot \tan\alpha \ . \tag{6.9}$$

Din (6.9) rezultă:

$\theta = \tan\alpha - \alpha = inv\alpha$,

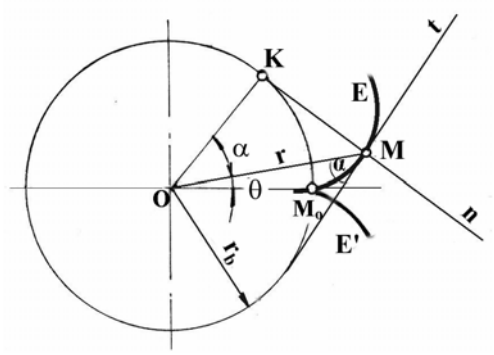


Fig.6.6

Ecuaţiile parametrice ale evolventei sunt:

$$\begin{cases} inv\alpha = \tan\alpha - \alpha \\ r = \dfrac{r_b}{\cos\alpha} \end{cases}$$

Funcţia ($inv\alpha$) este dată în tabelele pentru α cunoscut.

Proprietăţile evolventei sunt:

1. normala la evolventă (n) este tangentă la cercul de bază;

2. centrul de curbură al evolventei în orice punct al ei se găseşte pe cercul de bază (pentru M şi K), deci $\rho_M = MK$;

3. dreapta t, perpendiculară pe n în M, înfăşoară evolventa;

4. când $r_b \to \infty$ evolventa degenerează într-o dreaptă care este perpendiculară pe n, deci tocmai t.

Cea de a treia proprietate a evolventei face ca prelucrarea ei să se execute cu scule simple, cu profil delimitat de suprafeţe plane, care în procesul execuţiei se menţin tangente la profilul evolventic pe care-l generează.

6.2.3 Geometria angrenajelor evolventice.

Principalele elemente geometrice ale unui angrenaj evolventic se prezintă în fig.6.7.

La angrenajele cu profil evolventic, dreapta N-N este tangentă comună cercurilor de bază a celor două roţi, deci punctul de contact al profilurilor în evolventă se găseşte permanent pe această dreaptă, numită *linie de angrenare*.

Din relaţia (6.6) rezultă:

$$i_{12} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}}$$

unde d_{w1} si d_{w2} reprezintă diametrele cercurilor de rostogolire;

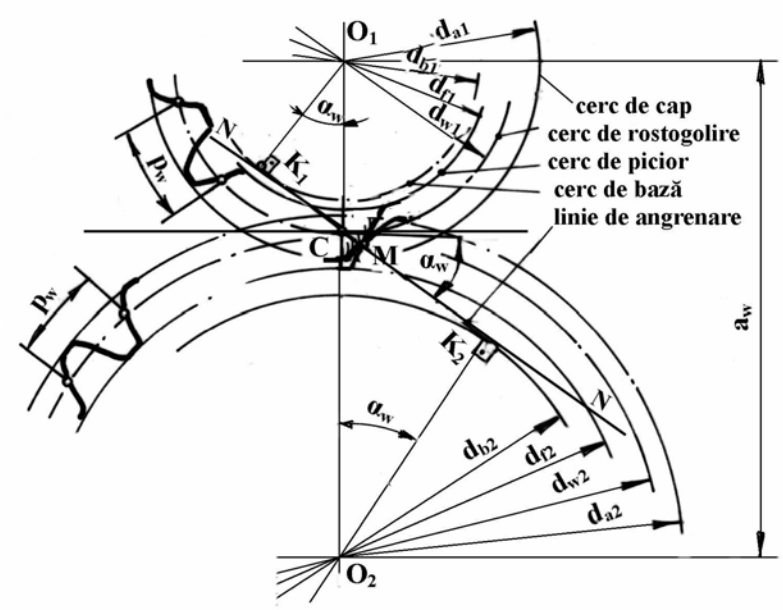


Fig.6.7

p_w – pasul pe cercul de rostogolire (distanța dintre două flancuri omoloage a doi dinți consecutivi măsurată pe cercul de rostogolire).

Deoarece pe cercurile de rostogolire pasul este acelaşi:

$$p_w = \frac{\pi \cdot d_{w1}}{z_1} = \frac{\pi \cdot d_{w2}}{z_2},$$

(z_1 si z_2 reprezintă numerele de dinți ale celor două roți), rezultă că:

$$i_{12} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}$$

d_{b1}, d_{b2} – diametrele cercurilor de bază;

d_{a1}, d_{a2} – diametrele cercurilor de cap;

d_{f1}, d_{f2} – diametrele cercurilor de picior;

a_w – distanța dintre axe: $a_w = (d_{w1} + d_{w2})/2$;

α_w – unghiul de angrenare.

6.2.4 Cremaliera de referinţă

Dacă raza cercului de rostogolire a unei roţi dinţate cilindrice creşte la infinit, aceasta devine *cremalieră*. Acest organ dinţat serveşte la definirea geometrică a roţilor dinţate cilindrice şi poartă denumirea de *cremalieră de referinţă*.

Dreapta de rostogolire a cremalierei este tangentă în punctul C la cercul de rostogolire al roţii dinţate (fig.6.8). Normala comună în punctele de contact este tangentă la cercul de bază al roţii şi este perpendiculară pe profilul rectiliniu al cremalierei, fiind şi dreaptă de angrenare (*N-N*). Unghiul de angrenare α este constant şi egal cu unghiul de presiune al roţii pe cercul de rostogolire şi cu unghiul de înclinare al profilului rectiliniu al cremalierei. Pentru ca două roţi dinţate cu profil în evolventă să poată angrena este necesar ca fiecare să angreneze separat cu aceeaşi cremalieră. Pentru acest motiv elementele geometrice ale danturii unei roţi dinţate cilindrice pot fi determinate din elementele principale ale cremalierei de referinţă (fig.6.9).

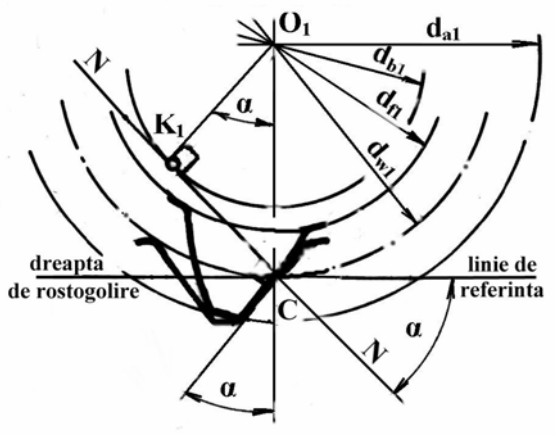


Fig.6.8

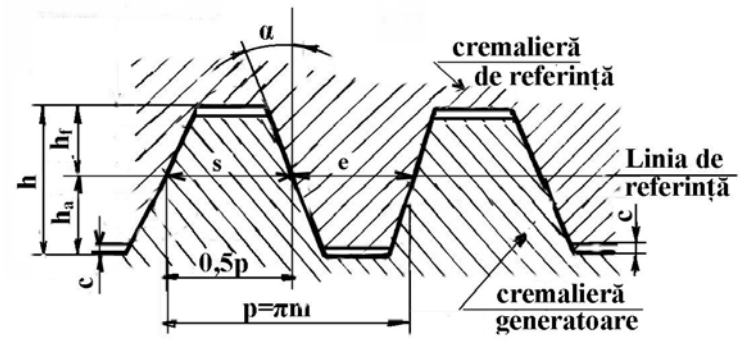


Fig.6.9

Dintele cremalierei de înălțime *h* este delimitat de dreapta de cap şi dreapta de picior şi este împărțit prin linia de referință în două părți: capul de referință de înălțime h_a şi piciorul de referință de înălțime h_f.

c- jocul de referință la piciorul dintelui;

$\alpha = 20^0$ - unghi de presiune de referință;

p – pas al cremalierei de referință, definit ca distanța între două profiluri omoloage consecutive măsurată pe linia de referință sau pe orice paralelă la aceasta.

$s = e$ pe linia de referință. Pe orice paralelă la aceasta $s \neq e$.

Dacă materializăm cremaliera printr-o sculă (ex. cuțit pieptene). ea poate genera dantura roții 1, de aceea poartă denumirea de *cremalieră generatoare*. Cremaliera generatoare este complementară cremalierei de referință şi se potriveşte cu aceasta în aşa fel încât dinții uneia umplu exact golul dinților celeilalte. In contextul angrenării cremalieră generatoare – roată dințată, cercul roții tangent la linia de referință a cremalierei poartă denumirea de *cerc de divizare*, fiind cerc caracteristic, independent de roata cu care angrenează.

In aceste condiții se poate scrie:

$$\pi \cdot d = p \cdot z$$

Diametrul de divizare, *d*, rezultă:

$$d = \frac{p}{\pi} \cdot z = m \cdot z\,; \quad d_1 = m \cdot z_1\,; \quad d_2 = m \cdot z_2\,. \tag{6.10}$$

Tabelul 6.1

Modulul, [mm] (după STAS 822-82)	Mecanică fină	**0,05**; 0,055; **0,06**; 0,07; **0,08**; 0,09; 0,1; 0,11;**0,12**; 0,14; **0,15**; 0,18; 0,2; 0,22 ; **0,25**; 0,28;**0,3**; 0,35; **0,4**; 0,45; **0,5**; 0,55; **0,6**; 0,7; **0,8**; 0,9; 1,0.
	Mecanică generală şi grea	**1**; 1,125; **1,25**; 1,375; **1,5**; 1,75; **2**; 2,25; **2,5**; 2,75; **3**; 3,5; **4**; 4,5; **5**; 5,5; **6**; 7; **8**; 9; **10**; 11; **12**; 14; **16**; 18; **20**; 22; **25**; 28; **32**; 36; **40**; 45; **50**; 55; **60**; 70; **80**; 90; **100**.

Pentru ca diametrele de divizare să rezulte numere comensurabile se introduce noțiunea de modul, *m*, care reprezintă raportul dintre pas şi π ($m = p / \pi$}, fiind un parametru standardizat cu dimensiune de lungime, măsurat în mm. Modulul arată mărimea danturii. In tabelul 6.1 se dau

valorile standardizate ale modulului.

Cercul de divizare d este cercul de pe roata dințată pe care modulul şi pasul sunt egale cu ale cremalierei de referință.

Toate dimensiunile cremalierei de referință se pot defini prin introducerea coeficienților: $h_a^* = 1$ - coeficient de înălțime a capului de referință; $h_f^* = h_a^* + c^*$ - coeficient de înălțime a piciorului de referință; $c^* = 0{,}25$ - coeficient al jocului de referință.

Elementele geometrice ale cremalierei de referință (fig.6.9):

- înălțimea capului de referință: $h_a = h_a^* \cdot m$;

- înălțimea piciorului de referință: $h_f = (h_a^* + c^*) \cdot m$;

- jocul la capul dintelui: $c = c^* \cdot m$;

- înălțimea dintelui: $h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) \cdot m$;

- pasul cremalierei de referință: $p = \pi \cdot m$.

In mod normal, în procesul de danturare, linia de referință a cremalierei generatoare poate fi tangentă sau nu cu dreapta de rostogolire, adică poate fi tangentă sau nu la cercul de divizare. In caz că este tangentă se obține o *roată dințată necorijată* (*nedeplasată*), fig.6.10a, iar în caz contrar, o *roată dințată corijată* (deplasată).

In funcție de poziția liniei de referință se pot obține roți dințate deplasate negativ (fig.6.10b) sau roți dințate deplasate pozitiv (fig.6.10c). Deplasarea de profil se exprimă prin coeficientul de deplasare specifică x.

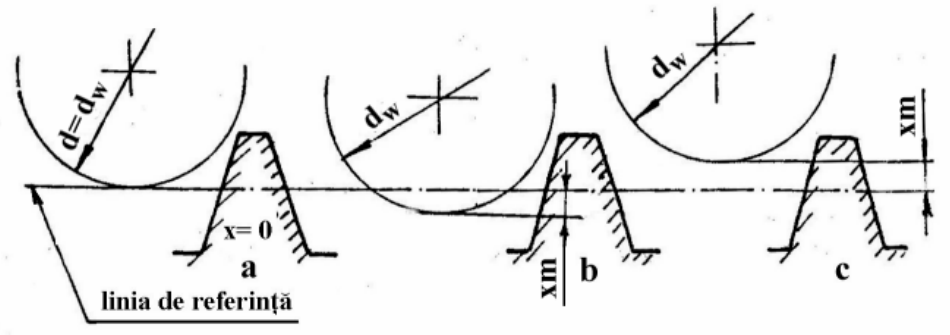


Fig.6.10

La deplasarea negativă dintele se îngroaşă la vârf şi se subțiază la bază. La corijarea pozitivă dintele se subțiază la vârf şi se îngroaşă la bază. Deplasările specifice trebuie deci limitate superior pentru a nu se ascuți dinții la vârf şi inferior pentru a nu se subția prea mult dinții la bază. Apropiind prea mult cremaliera generatoare de centrul roții se poate întâmpla să apară fenomenul de subtăiere a dintelui, la baza lui apărând a doua ramură a evolventei (fig.6.13b).

Prin deplasarea de profil se pot realiza cu acelaşi profil de referință standardizat, danturi cu caracteristici geometrice şi de rezistență diferite. Hotărâtor este valoarea coeficientului deplasării de profil *x*. Modificarea valorilor coeficientului de deplasare duce la schimbarea formei dintelui. Rezultă că toți parametri unei roți dințate pot fi calculați în funcție de:

- modulul *m* care arată mărimea danturii;
- numerele de dinți care arată mărimea roții;
- coeficientul de deplasare specifică *x* care arată forma dinților.

La *roțile nedeplasate* (necorijate) cercul de rostogolire va coincide cu cel de divizare iar elementele geometrice vor fi:

- diametrele de divizare: $d_1 = d_{w1} = m \cdot z_1$; $d_2 = d_{w2} = m \cdot z_2$;
- diametrele de cap: $d_{a1} = d_1 + 2h_a = m \cdot (z_1 + 2h_a^*)$;

  $d_{a2} = d_2 + 2h_a = m \cdot (z_2 + 2h_a^*)$;
- diametrele de picior: $d_{f1} = d_1 - 2h_f = m \cdot (z_1 - 2h_a^* - 2c^*)$;

  $d_{f2} = d_2 - 2h_f = m \cdot (z_2 - 2h_a^* - 2c^*)$;
- distanța dintre axe: $a = a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2}$

Pentru *angrenajele deplasate* :

- diametrele de cap: $d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2h_a^* + 2x_1)$;

  $d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2h_a^* - 2x_2)$;
- diametrele de picior: $d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1)$;

  $d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2h_a^* - 2c^* - 2x_2)$;

6.2.5 Angrenarea roților deplasate

Se consideră două roți dințate cilindrice, în angrenare, având centrele O_1, O_2 şi distanța dintre axe *a*. Dacă se modifică poziția lui O_2 în O_2', menținând aceleaşi valori pentru razele de bază ($r_{b1} = ct$ şi $r_{b2} = ct$), distanța dintre axe va creşte de la *a* la a_w (fig.6.11). In aceste condiții dreapta de angrenare se mută din poziția K_1K_2 în poziția $K_1'K_2'$, polul angrenării din *C* în C', razele de rostogolire devin r_{w1}' şi r_{w2}' iar unghiul de angrenare creşte de la valoarea α la α_w. Dacă se scriu relațiile dintre razele cercurilor de bază şi cele ale cercurilor de rostogolire, pentru cele două poziții, se obține:

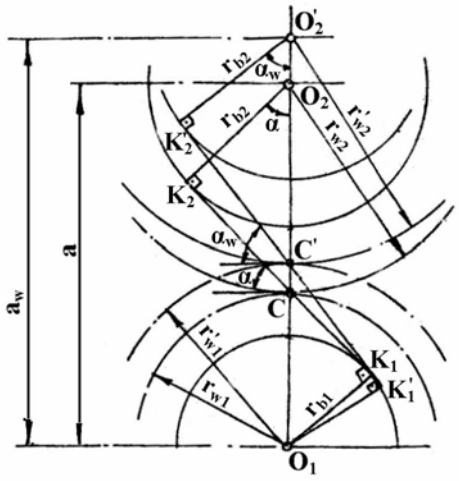


Fig.6.11

$$r_{b1} = r_{w1} \cdot \cos\alpha\,;\quad r_{b2} = r_{w2} \cdot \cos\alpha$$
$$r_{b1} = r_{w1}' \cdot \cos\alpha_w\,;\quad r_{b2} = r_{w2}' \cdot \cos\alpha_w \qquad (6.11)$$

Din relațiile (6.11) rezultă:

$$a = r_{w1} + r_{w2} = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{\cos\alpha}\,;$$
$$a_w = r_{w1}' + r_{w2}' = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{\cos\alpha_w}\,. \qquad (6.12)$$

Prin urmare:

$$a \cdot \cos\alpha = a_w \cdot \cos\alpha_w\,. \qquad (6.13)$$

In relația (6.13) distanța *a* , numită distanța între axele de referință, corespunde unui angrenaj la care cercurile de rostogolire şi cele de divizare coincid. Rezultă că angrenajul format din două roți dințate cu profil în evolventă este insensibil la modificările mici ale distanței între axe.

Această proprietate este utilă la deplasarea profilurilor în vederea

perfecționării funcționale şi constructive, precum şi la remedierea unor defecte ale acestora rezultate din montaj sau din cauza uzurii flancurilor dinților.

Relația (6.13) serveşte la determinarea elementelor necesare deplasării de profil (a_w sau α_w).

6.2.6 Continuitatea angrenării. Gradul de acoperire

Dacă se urmăreşte angrenarea unei perechi de roți dințate (fig.6.12), se observă că începutul şi sfârşitul contactului la o pereche de dinți are loc în punctele în care dreapta de angrenare *N-N* intersectează cercurile de cap a celor două roți (A_1, A_2). Segmentul $\overline{A_1A_2}$ poartă denumirea de *segment de angrenare* şi este format din segmentul de intrare în angrenare, $\overline{A_1C}$ şi segmentul de ieşire din angrenare, $\overline{CA_2}$.

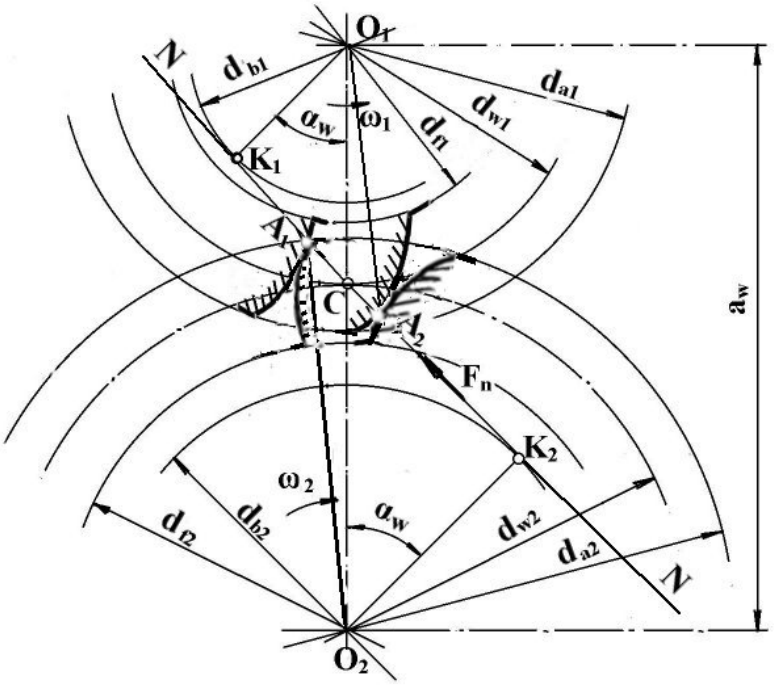


Fig.6.12

Lungimea segmentului de angrenare are valoarea:

$$A_1A_2 = A_1C + CA_2 = (K_2A_1 - K_2C) + (K_1A_2 - K_1C)$$

sau: $$A_1A_2 = K_1A_2 + K_2A_1 - K_1K_2 \tag{6.14}$$

Din triunghiurile dreptunghice $O_1K_1A_2$ şi $O_2K_2A_1$ rezultă:

$$K_1A_2 = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}\ ; \quad K_2A_1 = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \tag{6.15}$$

$$K_1K_2 = K_1C + CK_2 = r_{w1}\sin\alpha_w + r_{w2}\sin\alpha_w = a_w\sin\alpha_w \tag{6.16}$$

Dacă se înlocuieşte (6.15) şi (6.16) în (6.14) se obţine:

$$A_1A_2 = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w\sin\alpha_w \tag{6.17}$$

Porţiunile de profiluri care participă nemijlocit la angrenare se numesc *profiluri active*, iar cele care nu participă poartă denumirea de *profiluri inactive*. Pentru porţiunile inactive ale profilurilor, profilul nu este necesar să fie evolventic. Segmentul A_1A_2 nu trebuie să depăşească limitele segmentului K_1K_2, care se mai numeşte şi segment limită de angrenare. Arcul descris de un punct al cercului de rostogolire din momentul formării contactului până în momentul întreruperii poartă denumirea de *arc de angrenare*. El este delimitat de punctele de intersecţie ale cercului de rostogolire cu profilul, reprezentat în momentele intrării şi ieşirii din angrenare.

Pentru ca un angrenaj sa funcţioneze continuu, cu raport de transmitere constant, este necesar ca înainte de a ieşi din angrenare o pereche de dinţi, următoarea pereche sa fie deja intrată în angrenare. In caz contrar angrenajul funcţionează cu opriri, dând naştere la şocuri nedorite. In vederea evidenţierii acestui fenomen se introduce noţiunea de *grad de acoperire*, notat cu ε. Această mărime adimensională se defineşte ca raport între arcul de angrenare şi pasul corespunzător cercului de rostogolire sau ca raport între segmentul de angrenare A_1A_2 şi pasul p_b, măsurat pe cercul de bază.

$$\varepsilon = \frac{A_1A_2}{p_b} = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w\sin\alpha_w}{\pi\cdot m\cdot\cos\alpha} \tag{6.18}$$

Pentru a evita o funcţionare necorespunzătoare, prin proiectare angrenajelor trebuie să li se asigure un grad de acoperire $\varepsilon \geq 1{,}1$.

6.2.7 Fenomenul de interferenţă. Numărul minim de dinţi

Fenomenul de interferenţă constă în tendinţa pătrunderii vârfurilor dinţilor unei roţi în profilul evolventic din zona piciorului dintelui celeilalte roţi. Deoarece în timpul funcţionării această pătrundere este imposibilă, datorită rigidităţii roţilor dinţate, interferenţa la angrenare poate determina blocarea angrenajului, intensificarea zgomotului, uzura sau chiar ruperea dinţilor. Dacă interferenţa are loc în timpul execuţiei roţii dinţate, fenomenul se numeşte subtăiere şi constă în pătrunderea capetelor dinţilor sculei aşchietoare în profilul dinţilor roţii prelucrate, eliminând o parte din aceasta.

Interferenţa se produce atunci când cercul de cap al unei roţi intersectează linia de angrenare în afara segmentului de angrenare K_1K_2.

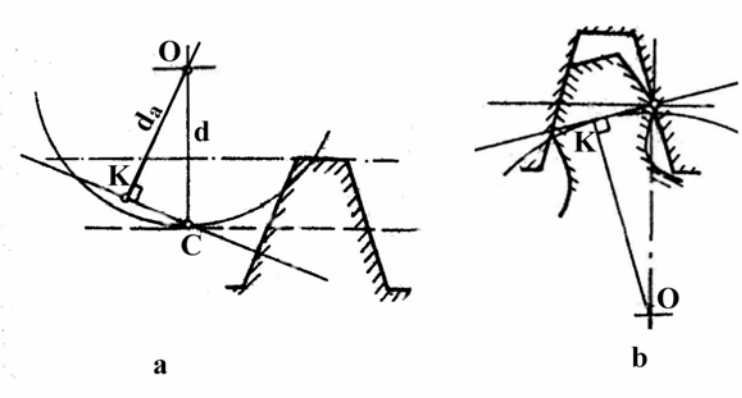


Fig.6.13

Dacă în cazul prelucrării roţilor dinţate, prin metoda rulării, generatoarea de cap a dinţilor cremalierei intersectează linia de angrenare în afara punctului K al segmentului CK (fig.6.13a), unde K este extremitatea segmentului de angrenare, apare fenomenul de interferenţă (fig.6.13b).

Pentru evitarea interferenţei şi a subtăierii, cremaliera trebuie astfel aşezată, încât generatoarea de cap a acesteia să treacă

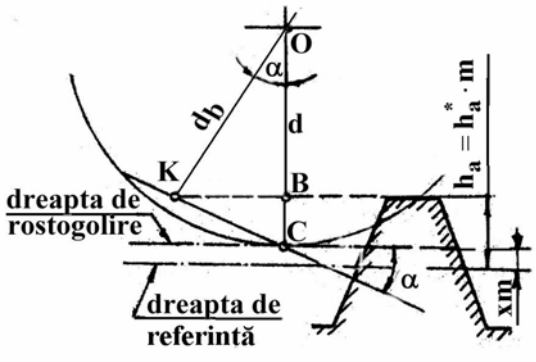


Fig.6.14

mai jos de punctul *K* sau la limită prin acest punct (fig.6.14). Mărimea interferenței la angrenare sau a subtăierii la prelucrare depinde de numărul de dinți ai roții. Pentru a evita aceste fenomene este necesar ca numărul de dinți să fie cel puțin egal cu numărul admis de dinți $z_{\min}$. Se consideră cazul limită, când generatoarea de cap a cremalierei trece prin punctul *K*.

Din fig.6.14 rezultă:

$$\overline{BC} = h_a - x \cdot m \tag{6.19}$$

dar

$$\overline{BC} = \frac{d - d_b \cos\alpha}{2} = \frac{d}{2}(1 - \cos^2\alpha) = \frac{m \cdot z}{2}\sin^2\alpha \tag{6.20}$$

Prin înlocuirea rel.6.20 în (6.19) se obține:

$$h_a - x \cdot m = \frac{m \cdot z}{2}\sin^2\alpha \Rightarrow m \cdot (h_a^* - x) = \frac{m \cdot z}{2}\sin^2\alpha$$

Numărul minim de dinți va fi:

$$z \geq z_{\min} = \frac{2(h_a^* - x)}{\sin^2\alpha} \tag{6.21}$$

Pentru $h_a^* = 1$, dantură necorijată şi $\alpha = 20^0$ se obține $z_{\min} = 17$ dinți.

In cazul în care la roata conducătoare este necesar un număr mai mic decât 17 dinți, pentru evitarea interferenței se folosesc mai multe procedee cum ar fi: micşorarea înălțimii capului dintelui, mărirea unghiului de angrenare, sau, cel mai folosit procedeu, realizarea danturilor deplasate.

Pentru un număr de dinți *z* diferit de 17, din relația (6.21) se poate determina valoarea coeficientului de deplasare specifică:

$$x = \frac{\frac{2h_a^*}{\sin^2\alpha} - z}{\frac{2}{\sin^2\alpha}} = \frac{17 - z}{17} \tag{6.22}$$

Din relația de mai sus rezultă că valoarea coeficientului de deplasare specifică este cu atât mai mare cu cât numărul de dinți ai roții care se

prelucrează este mai mic.

Rezultă că deplasarea pozitivă se utilizează la numere de dinți $z < z_{\min}$, iar deplasarea negativă la $z > z_{\min}$.

Necesitatea deplasării profilului este legată de îmbunătățirea condițiilor de lucru ale angrenajului. Astfel se modifică raza de curbură a flancului îmbunătățindu-se comportarea la oboseală; creşte grosimea dintelui la bază (la deplasarea pozitivă) obținându-se dinți mai rezistenți la solicitarea de încovoiere; se pot executa roți cu număr mai mic de dinți (sub 17) fără să apară subtăierea danturii.

6.2.8 Cauzele distrugerii angrenajelor

Angrenajele sunt organe de maşini cu solicitări complexe şi ca urmare şi modurile de deteriorare a acestora vor fi multiple. Dintre acestea cele mai frecvente sunt:

a) *Ruperea datorită încovoierii dintelui*.

Este cauzată de concentratorii de tensiune ce apar la baza dintelui şi este specifică roților dințate ce transmit momente mari.

Se produce în urma încovoierii repetate a dintelui de către forțele ce apar la contactul dintre profiluri şi care acționează pulsator. Această solicitare conduce la formarea unor fisuri de oboseală în zona de racordare a dintelui cu corpul roții şi este urmată de ruperea prin oboseală. Se mai poate produce şi o rupere datorată supraîncărcării statice sau prin şoc a dintelui. Ruperea prin oboseală este cauza principală a scoaterii din uz a roților dințate din materiale dure (HB > 3500 MPa) şi a angrenajelor din mase plastice.

Pentru evitarea acestui tip de uzură se recomandă executarea bazei dintelui cu racordări mari.

b) *Uzura prin ciupitură* (*pittingul*)

Aceasta este cauza principală de distrugere a flancurilor dinților angrenajelor executate din materiale cu durități mici şi mijlocii (HB < 3500 MPa). Astfel, după un timp de funcționare ($N > 10^4$ cicli) se observă apariția pe suprafața flancurilor dinților (fig.6.15) a unei serii de ciupituri (gropițe).

Cu creşterea numărului de cicli de solicitare, creşte atât numărul cât

şi mărimea ciupiturilor şi în final se distruge suprafaţa activă a flancurilor, dispare ungerea, creşte sarcina dinamică şi zgomotul, iar angrenajul trebuie scos din funcţiune.

Apariţia ciupiturilor se datorează oboselii superficiale a flancului dintelui. Fisurile de oboseală se nasc pe suprafaţa flancului dintelui pe care apare o concentrare a tensiunilor sau la o adâncime oarecare în zona tensiunilor tangenţiale maxime. Creşterea ulterioară a fisurilor este datorată pătrunderii în fisuri a uleiului, cu acţiune sub formă de pană. Începând din zona din apropierea punctului de rulare, ciupiturile se propagă spre flancul piciorului. Pe picior fisurile sunt orientate astfel, încât la intrarea în angrenare evacuarea uleiului este întreruptă, după care, datorită tensiunilor de contact, se creează în ulei o presiune hidrodinamică care duce la desprinderea particulelor de material.

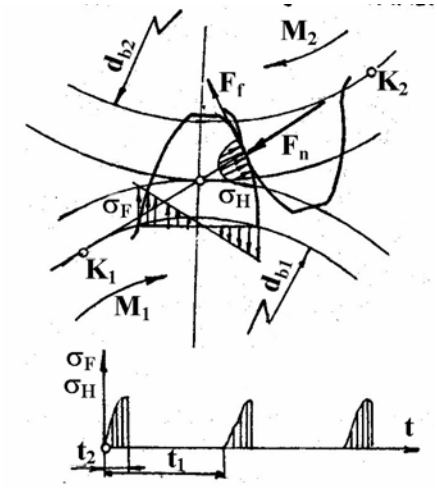


Fig.6.15

Uzura prin ciupitură poate avea caracter limitat sau progresiv. Uzura prin ciupitură limitată se datorează concentrării sarcinii pe lungimea dinţilor. Uzura progresivă se propagă pe toată lungimea dinţilor şi se manifestă la roţi executate din materiale cu durităţi ridicate (HB > 3500 MPa)

c) *Uzura abrazivă* este specifică roţilor ce lucrează în medii deschise, abrazive şi cu ungere insuficientă.

Uzura nu este uniformă pe profil şi este datorată vitezei diferite de alunecare şi a tensiunilor de contact inegale. Dinţii uzaţi capătă o formă specific ascuţită. Acest tip de uzură provoacă intensificarea zgomotului şi a sarcinilor dinamice, slăbirea secţiunilor şi în final ruperea dinţilor. Se poate combate prin creşterea durităţii suprafeţei dinţilor, protecţie împotriva impurificării, folosirea unor materiale de ungere speciale.

d) *Griparea dinţilor*

Este caracteristică transmisiilor rapide, factorul hotărâtor fiind

creşterea temperaturii în zonele de contact, distrugerea filmului de ungere şi apariţia microsudurilor punctelor fierbinţi în contact. Datorită mişcării relative a flancurilor dinţilor aceste microsuduri se rup, apoi la un nou contact se formează din nou şi în final apar pe flancul dintelui, în direcţia vitezei de alunecare, porţiuni lucioase, zgârieturi fine, benzi de gripare etc.

e) *Distrugerea frontală*

Este specifică cutiilor de viteză unde au loc cuplări şi decuplări repetate. Se manifestă prin ruperea capului dintelui.

Dimensionarea şi verificarea unui angrenaj trebuie să se facă ţinând seama de toate aceste posibilităţi de distrugere, astfel ca el să corespunda la fel de bine din toate punctele de vedere. Deoarece uzura abrazivă şi griparea pot fi însă evitate prin alegerea unui material corespunzător şi asigurarea unei exploatări corecte, calculul roţilor dinţate se face ţinând seama numai de rezistenta lor la rupere σ_F şi la presiune de contact σ_H .

6.3 Calculul angrenajelor cilindrice paralele cu dinţi drepţi

Calculul acestor angrenaje este dat în STAS 12268 – 84.

6.3.1 Forţe ce acţionează în angrenare

Punctul de aplicaţie al rezultantei presiunilor de contact F_n, având direcţia normală la profilul evolventic se deplasează pe flancul activ fiind suprapus continuu normalei comune *N-N* (fig.6.16).

Se consideră cazul cel mai dezavantajos, când o singură pereche de dinţi este în contact ($\varepsilon = 1$). Forţa normală pe dinte F_n aplicată în punctul *C* de rostogolire, se descompune în:

Forţa tangenţială la cercul de rostogolire:

$$F_{t1(2)} = \frac{2M_{t1(2)}}{d_{w1(2)}};$$

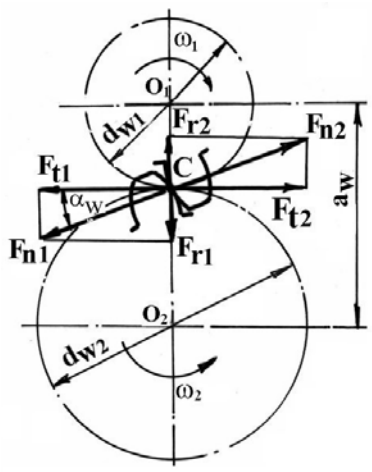


Fig.6.16

unde $M_{t1(2)}$ reprezintă momentul de torsiune la arborele 1, respectiv 2.

Forţa radială roţilor:

$$F_{r1(2)} = F_{t1(2)} \cdot \tan\alpha_w, \tag{6.23}$$

Forţa normală dată de relaţia:

$$F_{n1(2)} = \frac{F_{t1(2)}}{\cos\alpha_w}, \tag{6.24}$$

6.3.2 Calculul de rezistenţă la încovoiere a roţilor dinţate cilindrice cu dinţi drepţi

Dintele se consideră ca o grindă cu un contur profilat încastrat în coroana roţii dinţate şi încărcată cu forţa normală F_n (fig.6.17). Se fac următoarele ipoteze: forţa se aplică la vârful dintelui şi este preluată numai de un dinte (angrenare singulară); lăţimea dintelui la baza lui este s_F şi are lungimea b (lăţimea roţii dinţate).

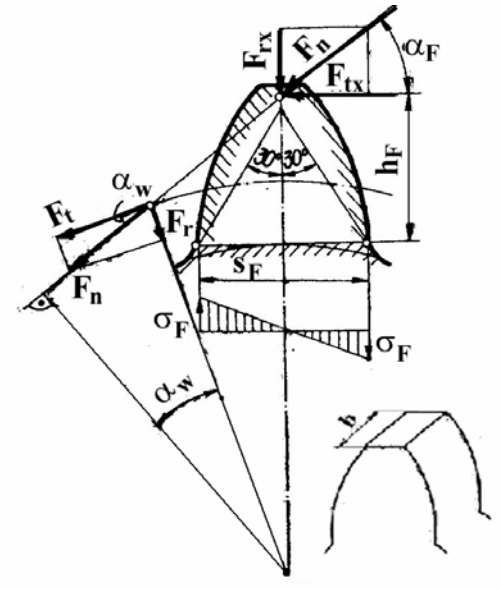


Fig.6.17

Forţa F_n se translează pe direcţia liniei de angrenare până la intersecţia cu axa de simetrie a dintelui şi se descompune în forţa tangenţială F_{tx} şi radială F_{rx} care produc la baza dintelui o solicitare compusă (încovoiere datorată forţei F_{tx} şi compresiune datorată forţei F_{rx}). Ruperea dintelui se produce în zona *1* (fig.6.17) solicitată la întindere şi avându-se în vedere un calcul acoperitor, se neglijează compresiunea care ar reduce σ_F, astfel că tensiunea de încovoiere va fi:

$$\sigma_F = \frac{M_1}{W_z} = \frac{6F_{tx} \cdot h_F}{b \cdot s_F^2} \leq \sigma_{FP} \tag{6.25}$$

Forța F_n se descompune la cercul de rostogolire şi se obține:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos\alpha_w} \text{ sau } F_n = \frac{F_{tx}}{\cos\alpha_F}$$

de unde:

$$F_{tx} = F_t \cdot \frac{\cos\alpha_F}{\cos\alpha_w} \tag{6.26}$$

Prin înlocuirea relației (6.26) în (6.25) se obține:

$$\sigma_F = \frac{6 \cdot F_t \cdot h_F}{b \cdot s_F^2} \cdot \frac{\cos\alpha_F}{\cos\alpha_w} \cdot \frac{m^2}{m^2} \leq \sigma_{FP}$$

sau:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_{Fa} \leq \sigma_{FP} \tag{6.27}$$

unde Y_{Fa} poartă denumirea de factor de formă al dintelui şi este dat de expresia:

$$\sigma_F = \frac{6 \cdot (h_F / m)\cos\alpha_F}{(s_F / m)^2 \cos\alpha_w}$$

Forța reală care solicită dintele în general, se aplică cu şoc datorită erorilor de divizare a danturii şi erorilor de profil şi ca atare forțele şi momentul de calcul se amplifică cu un factor de corecție al încărcării K_F.

$$K_F = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon ; \tag{6.28}$$

unde:

K_A - factor de utilizare.

In cazul antrenării reductorului cu motor electric, când caracteristica de funcționare a maşinii antrenate este:

- **uniformă** (generatoare, ventilatoare, transportoare, ascensoare uşoare, mecanisme de avans la maşini-unelte, amestecătoare pentru materiale uniforme) $K_A = 1$;

- cu şocuri medii (transmisia principală a maşinilor unelte, ascensoare grele, mecanismul de rotație a macaralelor, agitatoare şi

amestecătoare pentru materiale neuniforme) K_A =1,25;

- cu şocuri puternice (foarfeci, ştanțe, prese, laminoare, concasoare, maşini siderurgice, instalații de foraj) K_A =1,50.

K_V - factorul dinamic.

Pentru calcule preliminarii alegerea lui se face din tabelul 6.2 în funcție de treapta de precizie adoptată pentru prelucrarea roților.

Tabelul 6.2

Treapta de precizie	K_V				
	Roți cilindrice		Roți conice		Angrenaje melcate cilindrice
	dinți drepți	dinți înclinați	dinți drepți	dinți înclinați	
6	1,4	1,3	$HB_{1(2)} < 3500$ $0,96+ 0,00032n_1$	$HB_{1(2)} < 3500$ $0,98+0,00011n_1$	1,1
7	1,5	1,4	$HB_{1(2)} > 3500$	$HB_{1(2)} > 3500$	1,2
8	1,6	1,5	$0,97+ 0,00014n_1$	$0,96+ 0,0007n_1$	1,3

$K_{F\beta}$ – factorul repartiției sarcinii pe lățimea danturii; pentru calcule preliminare se adoptă $K_{F\beta}$ = 1,3…1,4 la angrenaje rodate şi $K_{F\beta}$ = 1,5 la cele nerodate;

$K_{F\alpha}$ – factorul repartiției frontale a sarcinii; la angrenaje precise cu încărcare normală $K_{F\alpha} = 1$;

Y_{Sa} – factorul concentratorului de tensiune la piciorul dintelui, $1,35 \le Y_{Sa} \le 1,97$ în funcție de z şi x;

Y_ε – factorul gradului de acoperire; pentru calcule preliminarii $Y_\varepsilon \approx 1$, iar pentru calcule exacte se calculează cu relația:

$$Y_\varepsilon = 0,25 + 0,75 / \varepsilon_\alpha ;$$

în care ε_α reprezintă gradul de acoperire.

Ținând cont de toți aceşti factori de corecție relația (6.27) devine:

$$\sigma_F = \frac{F_t \cdot K_F}{b \cdot m} \cdot Y_{Fa} \le \sigma_{FP} \qquad (6.29)$$

unde:

σ_{FP} – tensiunea admisibilă la solicitarea de încovoiere şi care se calculează cu relaţia:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F\lim}}{S_{FP}} = \frac{\sigma_{0\lim} \cdot Y_N \cdot Y_\delta \cdot Y_R \cdot Y_X}{S_{FP}} \qquad (6.30)$$

in care:

$\sigma_{F\lim}$ - tensiunea limită la solicitarea de încovoiere la piciorul dintelui;

$\sigma_{0\lim}$ – tensiunea limită la solicitare de încovoiere (se stabileşte în funcţie de material şi tratament termic);

Y_N – factorul de durabilitate la încovoiere, depinde de material şi numărul de cicli de solicitare N;

Y_δ – factorul sensibilităţii materialului; pentru calcule preliminarii Y_δ=1,1;

Y_R – factorul rugozităţii racordării dintelui: $Y_R \approx 1$ pentru roţi rectificate cu $R_a \le 0{,}16$ μm; $Y_R \approx 0{,}95$ pentru roţi frezate;

Y_X – factor de dimensiune în funcţie de modulul roţii; pentru predimensionare $Y_X = 1$;

S_{FP} – coeficient de siguranţă minim admisibil, pentru solicitarea de încovoiere; pentru o funcţionare normală $S_{FP} = 1{,}25$.

Relaţia (6.29) reprezintă *relaţia de verificare* la încovoiere la baza dintelui a roţilor dinţate cilindrice cu dinţi drepţi.

Pentru dimensionare în relaţia (6.29) se fac următoarele înlocuiri:

$$F_{t2} = \frac{2M_{t2}}{d_{w2}};\ a_w = \frac{d_{w2} \pm d_{w1}}{2} \Rightarrow d_{w1} = \frac{2 \cdot a_w}{u \pm 1}; d_{w2} = \frac{2 \cdot u \cdot a_w}{u \pm 1}$$

unde u reprezintă raportul numerelor de dinţi $u = z_2 / z_1$ şi „+” pentru angrenare exterioară, iar „-„ pentru angrenare interioară;

Lăţimea roţii: $b = \Psi_a \cdot a_w$, în care Ψ_a reprezintă coeficientul de lăţime.

După înlocuire se obţine:

$$m \geq \frac{M_{t2} \cdot Y_{Fa} \cdot K_F}{\Psi_a \cdot a_w^2 \cdot \sigma_{FP}} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \qquad (6.31)$$

6.3.3 Calculul de rezistență la presiune de contact

Uzura de tip pitting este provocată de tensiunile ce apar la contactul flancurilor dinților, în zona cercurilor de rostogolire. Pentru a evita uzura prin ciupitură (pitting) trebuie ca tensiunile σ_{H2} ce apar să nu depăşească tensiunile admisibile de contact la oboseală a flancurilor dinților (σ_{HP}).

Contactul liniar dintre flancurile a doi dinți se asimilează cu contactul a doi cilindri cu raze egale cu cele ale evolventelor dinților în punctul respectiv de contact, lățimea egală cu lățimea danturii *b* şi încărcați cu forța pe dinte F_n (fig.6.18).

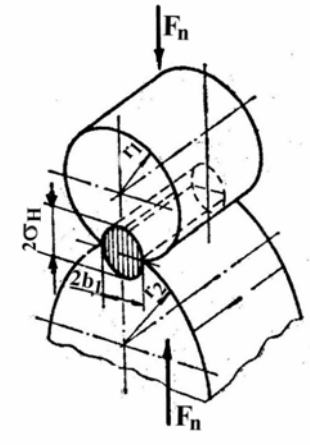


Fig.6.18

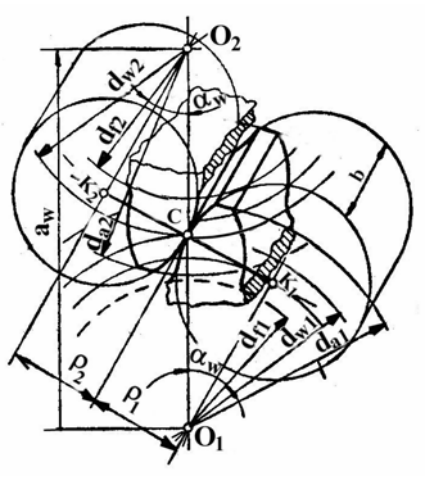


Fig.6.19

Tensiunea maximă de contact în punctul *C* este dată de relația lui Hertz:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n \cdot E_e}{\lambda_\Sigma \cdot \rho_e \cdot \pi}} \leq \sigma_{HP} \qquad (6.32)$$

unde: ρ_e - raza de curbură echivalentă;

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \text{ (semnul „-„ pentru contactul interior)}$$

E_e – modulul de elasticitate echivalent al materialelor celor două roți.

$$E_e = \frac{E_1 \cdot E_2}{\left[E_2(1-\nu_1)^2 + E_1(1-\nu_2)^2\right]}$$

Pentru oțel/oțel $E_1 = E_2 = E$=2,15 · 10^5 MPa

ν – coeficientul lui Poisson (pentru oțel $\nu = 0{,}3$ şi rezultă $E_e = \frac{E}{1{,}82}$).

λ_Σ – lungimea liniei de contact .Experimental s-a stabilit că:

$$\lambda_\Sigma = \frac{3b}{4-\varepsilon_\alpha}$$

în care ε_α este gradul de acoperire.

Înlocuind în relația (6.32) se obține:

$$\sigma_H = \sqrt{0{,}175 \cdot \frac{F_n \cdot E}{\lambda_\Sigma \cdot \rho_e}} \le \sigma_{HP} \qquad (6.33)$$

Razele de curbură a dinților în punctul de contact (fig.6.19) sunt:

$$\rho_1 = K_1C = \frac{d_{w1} \cdot \sin\alpha_w}{2}; \quad \rho_2 = K_2C = \frac{d_{w2} \cdot \sin\alpha_w}{2}$$

Raza de curbură echivalentă va avea valoarea:

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{2}{d_{w1} \cdot \sin\alpha_w} + \frac{2}{d_{w2} \cdot \sin\alpha_w} = \frac{2}{d_{w1} \cdot \sin\alpha_w} \cdot \frac{u \pm 1}{u}$$

Forța normală, corectată cu factorii de influență dați de solicitările suplimentare, are valoarea:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos\alpha_w} \cdot K_H$$

unde:

$$K_H = K_A \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon; \qquad (6.34)$$

Termenii din relația (6.34) au aceleaşi semnificații cu cei din relația (6.28) iar pentru solicitarea de contact: $K_{H\alpha} = K_{F\alpha}$; $K_{H\beta} = K_{F\beta}$.

Dacă se înlocuiesc în (6.33) termenii F_n, $1/\rho_e$ şi λ_Σ cu valorile determinate anterior rezultă:

$$\sigma_H = \sqrt{0{,}175 \cdot \frac{F_t \cdot K_H \cdot E}{\cos\alpha_w} \cdot \frac{4-\varepsilon_\alpha}{3b} \cdot \frac{2}{d_{w1} \cdot \sin\alpha_w} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \le \sigma_{HP} \qquad (6.35)$$

Ţinând cont că $\sin\alpha_w \cdot \cos\alpha_w = \frac{\sin 2\alpha_w}{2}$ şi făcând notaţiile:

$Z_E = \sqrt{0{,}35E}$ - factorul de material (pentru otel Z_E = 189,8 MPa$^{1/2}$);

$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_w}}$ - factorul punctului de rostogolire. (Pentru danturi necorijate şi $\alpha = 20^0$, $Z_H = 2{,}5$);

$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}}$ - factorul influentei lungimii minime de contact, relaţia (6.35) devine:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{F_{t2} \cdot K_H}{b \cdot d_{w1}} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \le \sigma_{HP} \qquad (6.36)$$

unde: σ_{HP} – tensiunea admisibila la solicitarea de contact a flancurilor dinţilor;

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H\lim b}}{S_{HP}} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W \cdot Z_X \qquad (6.37)$$

în care: $\sigma_{H\lim b}$ - tensiunea limită de bază la solicitarea de contact;

S_{HP} – coeficient de siguranţă minim admisibil pentru solicitarea de contact. Pentru o funcţionare normală S_{HP} = 1,15;

Z_N – factor de durabilitate în funcţie de material şi numărul de cicli de funcţionare;

Z_L – factorul de ungere. Pentru calcule preliminare Z_L = 1;

Z_R – factorul de rugozitate. Pentru danturile rectificate Z_R = 1 iar pentru cele frezate Z_R = 0,9;

Z_V – factor de viteză. Pentru calcule preliminarii Z_V = 1;

Z_W – factorul influenţei raportului durităţilor flancurilor celor două roţi dinţate. Pentru roţi fără diferenţe mari de duritate Z_W =1;

Z_X – factor de dimensiune. In general $Z_X = 1$

Relația (6.36), se utilizează pentru verificarea angrenajelor la solicitarea de contact

Pentru dimensionare, se fac următoarele înlocuiri:

$$F_{t2} = \frac{2M_{t2}}{d_{w2}}; \qquad d_{w2} = \frac{2a_w \cdot u}{u \pm 1}; \qquad d_{w1} = \frac{2a_w}{u \pm 1}; \qquad b = \psi_a \cdot a_w$$

Relația (6.36) devine:

$$a_{\min} = (u \pm 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{t2} \cdot K_H (Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon)^2}{2u^2 \cdot \psi_a \cdot \sigma_{HP}^2}} \qquad (6.38)$$

Pentru dimensionarea unui angrenaj de roți dințate cilindrice cu dinți drepți trebuie cunoscute: puterea ce trebuie transmisă / momentul de răsucire ce se transmite M_{t1}; turația n_1; raportul de transmitere *i*; numărul de ore de funcționare L_h.

Se alege: materialul din care se execută roata dințată ($\sigma_{0\lim}$ şi $\sigma_{H\lim}$), tratamentul termic, precizia, numărul de dinți ai pinionului z_1, coeficientul de lățime al roții ψ_a.

Cu relația (6.38) se calculează distanța minimă între axe şi se standardizează la o valoare superioară celei calculate (a_w). Cu relația $m = \frac{2a_w}{z_1 \cdot (u+1)}$ se determină modulul minim necesar rezistenței la presiune de contact. Cu relația (6.31) se calculează modulul minim necesar rezistenței la încovoiere a dinților. Se standardizează modulul la o valoare superioară celei mai mari valori calculate (STAS 822-82). Cu modulul standardizat se recalculează distanța dintre axe, obținându-se a'_w. Diferența dintre a_w şi a'_w se anulează prin corijarea danturii, coeficienții de deplasare specifică x_1 şi x_2 adoptându-se în funcție de suma numerelor de dinți a celor două roți.

Se calculează elementele geometrice ale angrenajului şi se verifică gradul de acoperire, $\varepsilon \geq 1{,}1$.

Se calculează randamentul angrenării şi forțele din angrenare.

Cu relația (6.36)se verifică tensiunea de contact, iar cu relația (6.29) tensiunea de încovoiere.

6.4 Angrenaje cilindrice paralele cu dinți înclinați

6.4.1 Elemente geometrice (STAS 12223 – 84)

Din studiul cinematic al angrenării rezultă că o funcționare liniştită a unui angrenaj este condiționată de existența unui grad de acoperire ε cât mai mare. Aceasta se poate realiza dacă se înlocuiesc dinții drepți cu dinți înclinați. Dinții fiind înclinați cu unghiul β, angrenarea se face treptat, zgomotul şi vibrațiile reducându-se.

Elementele geometrice se definesc în două plane: unul perpendicular pe axa roții (plan frontal $t - t$) în care se definesc dimensiunile reale şi unul perpendicular pe direcția dintelui (plan normal n-n), în care elementele geometrice sunt aceleaşi ca la roțile cilindrice cu dinți drepți (fig.6.20).

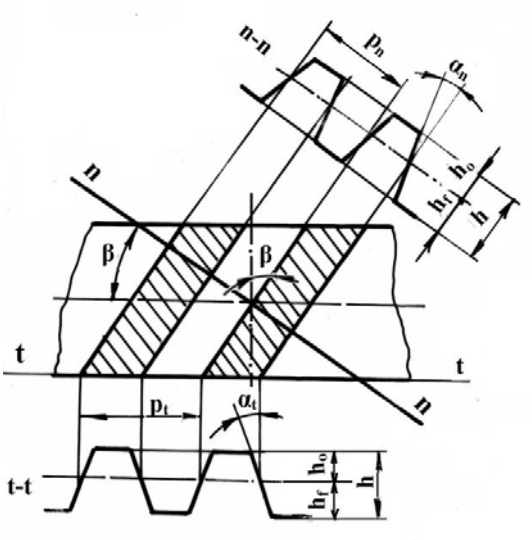


Fig.6.20

Ca urmare a definirii elementelor geometrice în cele 2 plane, vor apare noțiunile de modul frontal m_t, pas frontal p_t şi respectiv modul normal m_n şi pas normal p_n.

La aceste roți dințate *se standardizează* modulul, m_n.

Intre elementele din cele două plane există legătură:

$$p_t = p_n / \cos\beta; \qquad m_t = m_n / \cos\beta; \qquad \tan\alpha_t = \tan\alpha_n / \cos\beta \qquad (6.39)$$

unde:

$\alpha_n = 20^0$ – unghiul de presiune de referință normal;

α_t – unghiul de presiune de referință frontal;

β – unghiul de înclinare al dinților ($\beta = 6^0 \ldots 10^0$ pentru reductoare mari; $\beta = 10^0 \ldots 20^0$ pentru reductoare obişnuite).

Principalele elemente geometrice sunt:

- diametrul de divizare, *d*:

$$d_{1(2)} = m_t \cdot z_{1(2)} = \frac{m_n}{\cos\beta} \cdot z_{1(2)}$$

- înălțimea capului dintelui, h_a:

$$h_a = h_a^* \cdot m_n; \qquad h_a^* = 1$$

- înălțimea piciorului dintelui, h_f:

$$h_f = (h_a^* + c_n^*) \cdot m_n; \qquad c_n^* = 0{,}25$$

- înălțimea dintelui:

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c_n^*) \cdot m_n;$$

Observație. In ambele plane înălțimea dintelui este aceeaşi.

Pentru roțile necorijate:

- diametrul de cap, d_a

$$d_{a_{1(2)}} = d_{1(2)} + 2h_a = m_n\left(\frac{z_{1(2)}}{\cos\beta} + 2h_a^*\right)$$

- diametrul de picior, d_f:

$$d_{f_{1(2)}} = d_{1,2} - 2h_f = m_n\left(\frac{z_{1(2)}}{\cos\beta} - 2h_a^* - 2c_n^*\right)$$

- distanța între axele de referință, *a*:

$$a = d_1 + d_2 = \frac{m_t \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{m_n \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos\beta}$$

- distanta intre axe, a_w : $a_w = a \cdot \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}$,

unde:

α_{tw} – unghiul de presiune frontal pe cilindrul de rostogolire.

Dacă $x_{ns} = x_{n1} + x_{n2} = 0$ atunci $\alpha_t = \alpha_{tw}$ şi $a = a_w$.

- diametrul cercului de bază, d_b :

$$d_{b1(2)} = d_{1(2)} \cdot \cos\alpha_t$$

- diametrul de rostogolire, d_w :

$$d_{w1(2)} = m_t \cdot z_{1(2)} \cdot \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}$$

Pentru roţile dinţate corijate (deplasate);

- diametrul de cap, d_a

$$d_{a_{1(2)}} = m_n(\frac{z_{1(2)}}{\cos\beta} + 2h_a^* + 2x_{n1(2)})$$

unde x_n reprezintă coeficientul normal al deplasării de profil.

- diametrul de picior, d_f :

$$d_{f_{1(2)}} = d_{1,2} - 2h_f = m_n(\frac{z_{1(2)}}{\cos\beta} - 2h_a^* - 2c_n^* + 2x_{n1(2)})$$

Gradul de acoperire al roţilor cilindrice cu dinţi înclinaţi ε_γ este mai mare decât la cele cu dinţi drepţi şi se calculează cu relaţia:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

unde:

ε_α – gradul de acoperire corespunzător danturii drepte, calculat cu relaţia (6.18):

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \sin\beta}{\pi \cdot m_n}$$

în care *b* reprezintă lățimea roții conduse. Se impune ca $\varepsilon_\beta \geq 1$.

6.4.2 Determinarea numărului minim de dinți

Roata cilindrică cu dinți înclinați poate fi echivalată cu o roată cilindrică cu dinți drepți care se obține prin secționarea roții cu dinți înclinați cu un plan *N – N* perpendicular pe dinte (fig.6.21) şi care trece prin punctul de contact *C* de pe cilindrul de rostogolire.

Planul *N – N* intersectează cilindrul de divizare după o elipsă. In acest plan *N – N*, angrenarea are loc pe o porțiune de elipsă corespunzătoare cu 2…3 paşi normali şi ca urmare dinții se consideră că aparțin unei roți dințate cilindrice cu raza cercului de divizare egală cu raza de curbură a elipsei în punctual *C*. Această roată cilindrică (cu centrul în O_e) are dinți drepți şi poartă numele de roată echivalentă.

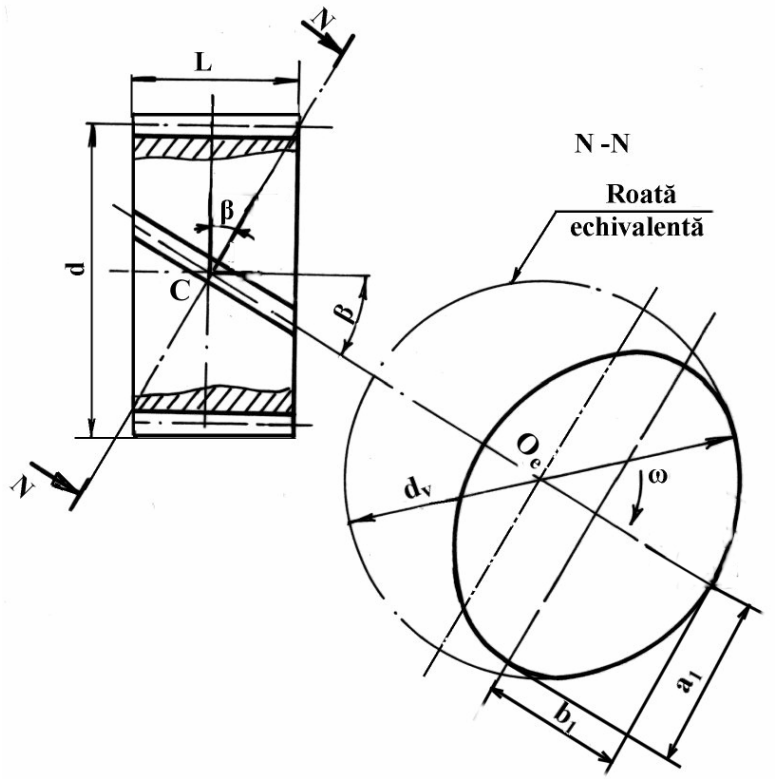


Fig.6.21

Raza de curbură a elipsei în punctul *C* este dată de relația:

$$\rho_v = \frac{a_1^2}{b_1} \tag{6.40}$$

unde:

$a_1 = \dfrac{d}{2\cos\beta}$ – semiaxa mare a elipsei; $b_1 = \dfrac{d}{2}$ – semiaxa mică.

Înlocuind a_1 şi b_1 se obține:

$$\rho_v = \frac{(d/2\cos\beta)^2}{(d/2)} = \frac{d}{2\cos^2\beta}$$

Diametrul de divizare al roții echivalente rezultă:

$$d_v = 2\rho_v = \frac{d}{\cos^2\beta} \Rightarrow m_n \cdot z_v = \frac{m_t \cdot z}{\cos^2\beta} = \frac{m_n \cdot z}{\cos^3\beta}$$

Numărul de dinți echivalent este:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3\beta} \tag{6.41}$$

Pentru $z_v = 17$ şi $\beta = 45^0$ numărul minim de dinți rezultă:

$$z_{\min} = z_v \cdot \cos^3\beta \approx 6$$

Roțile cu dinți înclinați pot fi deci construite cu un număr mai mic de dinți decât cele cu dinți drepți, în funcție de înclinarea dinților.

La un angrenaj cu dinți înclinați datorită înclinării dinților, se vor afla totdeauna în contact mai multe perechi de dinți. Aceasta conduce la creşterea lungimii de contact a dinților. In planul de angrenare (tangent la cercurile de bază) lungimea dinților în contact (fig.6.22) va fi:

$$L_v = S_1S_2 / \sin\beta = p_b \cdot \varepsilon / \sin\beta$$

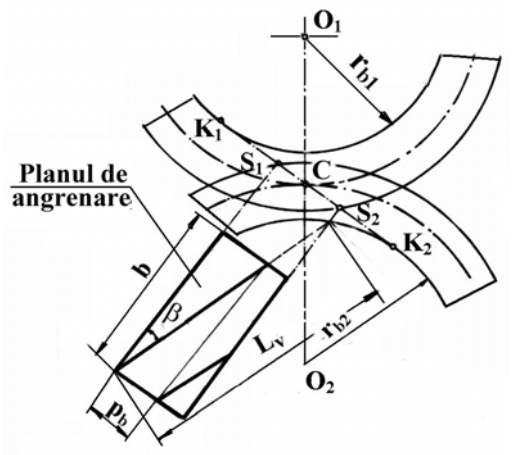


Fig.6.22

unde:

p_b - pasul pe cercul de bază

$$p_b = b \cdot \tan\beta$$

Înlocuind, se obține:

$$L_v = b \cdot \varepsilon / \cos\beta$$

Coeficientul de lățime al roții echivalente:

$$\Psi_{mv} = L_v / m_n$$

sau:

$$\Psi_{mv} = \frac{b \cdot \varepsilon}{m_t \cdot \cos^2 \beta}$$

$$b = \psi_a \cdot a = \psi_m \cdot m_t \Rightarrow \psi_m = \frac{b}{m_t}$$

astfel că rezultă:

$$\Psi_{mv} = \frac{\varepsilon \cdot \Psi_m}{\cos^2 \beta}$$

6.4.3 Calculul angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați

6.4.3.1 *Forțe in angrenare*

Studiul forțelor din angrenajul cilindric cu dinți înclinați se poate face utilizând roata echivalentă. La aceste angrenaje din cauza înclinării dintelui cu unghiul β forța normală pe dinte este înclinată în plan vertical cu unghiul α_n, iar în plan orizontal cu unghiul β (fig.6.23). Descompunând forța normală pe trei direcții se obține:

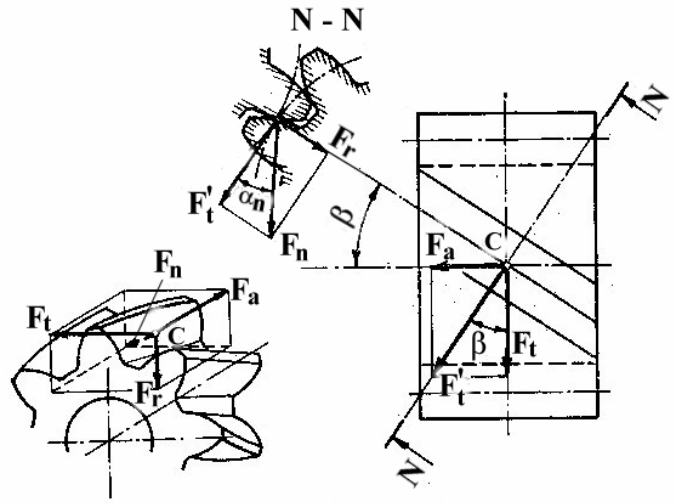


Fig.6.23

- forța tangențială:

$$F_{t1(2)} = \frac{2M_{t1(2)}}{d_{1,2}}$$

- forța radială:

$$F_{r1(2)} = F'_{t1(2)} \cdot \tan\alpha_n = F_{t1(2)} \frac{\tan\alpha_n}{\cos\beta}, \quad \text{unde} \quad F_t' = \frac{F_t}{\cos\beta}$$

- forța axială :

$$F_{a1(2)} = F_{t1(2)} \cdot \tan\beta$$

- forța normală rezultantă:

$$F_{n1(2)} = \frac{F'_{t1(2)}}{\cos\alpha_n} = \frac{F_{t1(2)}}{\cos\alpha_n \cdot \cos\beta}$$

Spre deosebire de angrenajele cilindrice cu dinți drepți la cele cu dinți înclinați intervine forța axială F_a, care trebuie preluată de lagărele arborelui. Existența forței axiale este un dezavantaj al roților cilindrice cu dinți înclinați şi deoarece mărimea sa creşte cu creşterea unghiului β se impune limitarea acestuia.

6.4.3.2 *Calculul de rezistență la încovoiere*

La roțile dințate cilindrice cu dinți înclinați angrenarea flancurilor dinților are o serie de particularități față de dantura dreaptă, în special legată de modul de acțiune a forței care se exercită pe o linie de contact înclinată cu unghiul β. Datorită încărcării oblice a dintelui, la piciorul acestuia sarcina este mai mică, fapt pus in evidență prin introducerea în calcule a factorului înclinării dintelui Y_β care are valorile:

- pentru $0° \leq \beta \leq 24°. Y_\beta = 1 - \frac{\beta^0}{120^0}$; pentru $\beta > 24°$, $Y_\beta = 0{,}8$

Calculul se face in secțiunea normală, deci la roata echivalentă cu dinți drepți, care are modulul m_n şi numărul de dinți z_v.

Pentru *verificare* relația (6.29) devine:

$$\sigma_F = \frac{F_t \cdot K_F}{b \cdot m_n} \cdot Y_{Fav} \cdot Y_\beta \le \sigma_{FP} \tag{6.42}$$

unde Y_{Fav} se adoptă pentru numărul de dinți ai roții echivalente, iar K_F are aceeaşi semnificație ca în relația (6.28).

Pentru *dimensionare* relația (6.42), după înlocuiri, devine:

$$m_n \ge \frac{M_{t2} \cdot Y_{Fa} \cdot K_F \cdot Y_\beta}{\Psi_a \cdot a_w^2 \cdot \sigma_{FP}} \cdot \frac{u+1}{u} \tag{6.43}$$

6.4.3.3 *Calculul de rezistență la presiune de contact*

Acest calcul se face utilizând relația (6.33) de la dinți drepți în care se înlocuiesc:

$$\lambda_\Sigma = L_v = \frac{b \cdot \varepsilon_\alpha}{\cos\beta}; \qquad F_n = \frac{F_t \cdot K_H}{\cos\alpha_n \cdot \cos\beta}$$

Razele de curbură au expresiile:

$$\rho_1 = \frac{d_{w1} \cdot \sin\alpha_{tw}}{2\cos\beta}; \rho_2 = \frac{d_{w2} \cdot \sin\alpha_{tw}}{2\cos\beta}; \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{2\cos\beta}{d_{w1} \cdot \sin\alpha_{tw}} \cdot \frac{u+1}{u},$$

Se obține:

$$\sigma_H = Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_{t2} \cdot K_H}{b \cdot d_{w1}} \cdot \frac{u+1}{u}} \le \sigma_{HP} \tag{6.44}$$

unde :

$Z_E = \sqrt{0{,}35 \cdot E}$ – factor de material;

$Z_H = \sqrt{\dfrac{2\cos\beta}{\sin 2\alpha_w}}$ – factorul punctului de rostogolire;

$Z_\varepsilon = \sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon}}$ - factorul influenței lungimii minime de contact;

$Z_\beta = \sqrt{\cos\beta}$ - factorul înclinării dintelui

K_H are aceeaşi semnificație ca la dinți drepți (rel.6.34).

Pentru *dimensionare* se fac înlocuiri în (6.44) şi se obține:

$$a_{\min} = (u+1)\cdot \sqrt[3]{\frac{M_{t2}\cdot K_H \cdot (Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta)^2}{2u^2 \cdot \Psi_a \cdot \sigma_{HP}^2}} \qquad (6.45)$$

6.5 Angrenaje cu roți dințate conice

Angrenajele conice asigură transmiterea mişcării de rotație, prin schimbarea direcției acesteia sub un unghi oarecare Σ, deoarece axele lor sunt concurente (fig.6.24) sau se încrucişează în spațiu.

Cel mai frecvent este cazul particular al angrenajelor cu axe concurente sub un unghi $\Sigma = 90°$. Mai rar se folosesc angrenaje conice cu unghi Σ diferit de cel drept, deoarece execuția carcaselor şi montajul este mai dificil şi mai scump.

Se execută roți conice cu dinți drepți (fig.6.24a), înclinați (fig.6.24b) sau curbi (fig.6.24c). Cel mai frecvent se construiesc şi se montează roțile conice cu dinți drepți [illegible] la viteza $v=2...3$ m/s. Pentru viteze care depăşesc [illegible] sunt mai [illegible] angrenajele conice cu dinți înclinați sau [illegible] care asigură o angr[illegible]uniformă, zgomot redus şi o capacitate de tra[illegible] mai mare, în con[illegible] grele de funcționare.

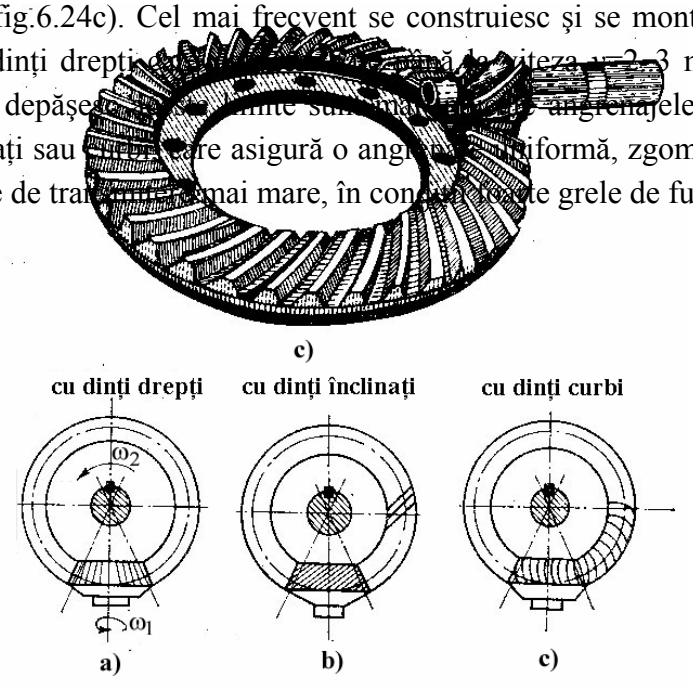


Fig.6.24

In cele ce urmează, se vor analiza ***angrenajele cu roți dințate conice cu dinți drepți, având unghiul dintre axele de rotație $\Sigma = 90°$.***

6.5.1 Elemente geometrice

La o roată conică, dimensiunile dinților conici diferă atât pe înălțimea dintelui, cât şi pe lățimea danturii. Pe înălțimea dintelui se definesc elementele geometrice pe conul de cap (indice *a*), pe conul de divizare-rostogolire (fără indice) şi pe conul de picior (indice *f*). Pe lățimea roții, dantura se defineşte nu pe sfere, ci pe conuri frontale tangente la sfera respectivă şi perpendiculare pe conurile de divizare-rostogolire. Pe lățimea danturii există o infinitate de conuri frontale (suplimentare), dar dintre acestea interesează elementele geometrice pe conul suplimentar exterior (cu indice *e*), pe conul suplimentar median (indice *m*) şi pe conul suplimentar interior (indice *i*).

Pe conul suplimentar exterior se reproduc elementele standardizate ale profilului de referință de la roata plană şi modulul standardizat. Forțele şi calculul de rezistență se efectuează pe conul suplimentar median.

Rezultă că la o roată conică cu dinți drepți, elementele geometrice au doi indici – unul pentru poziția pe lățimea dintelui şi altul pentru poziția pe lățimea danturii.

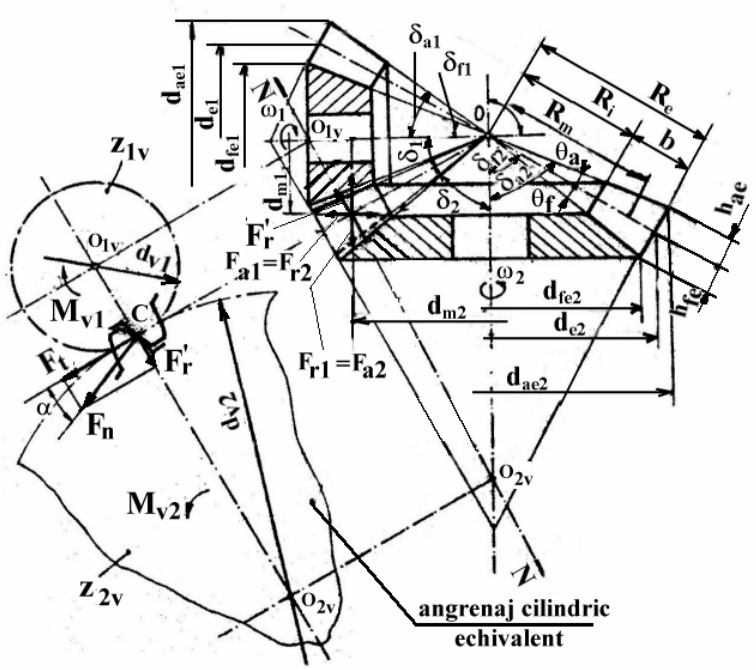


Fig.6.25

Conurile suplimentare împreună cu dantura existentă pe acestea (fig.6.25) se pot desfăşura în plan, obţinându-se un angrenaj cilindric înlocuitor (indice *v*) cu dantură cilindrică dreaptă. La angrenajul cilindric înlocuitor, se modifică, faţă de cel conic, diametrele danturii, numerele de dinţi, raportul de transmitere şi apare distanţa dintre axe.

Relaţiile de calcul ale principalelor elemente geometrice ale unui angrenaj conic cu dinţi drepţi, nedeplasat, sunt indicate în tabelul 6.3.

Tabelul 6.3

Elementul geometric	Simbol	Relaţia de calcul
Înălţimea exterioară a capului dintelui	h_{ae}	$h_a^* m_e$
Înălţimea exterioară a piciorului dintelui	h_{fe}	$(h_a^* + c^*) m_e$
Înălţimea exterioară a dintelui	h_e	$h_{ae} + h_{fe}$
Diametrul de divizare exterior	$d_{e1(2)}$	$m_e z_{1(2)}$
Diametrul de divizare median	$d_{m1(2)}$	$\dfrac{d_{e1(2)}}{1 + \Psi_{dm} \cdot \sin \delta_1}$
Modulul median	m_m	d_{m1} / z_1
Lăţimea danturii	b	$\Psi_{dm} \cdot d_{m1}$ ($b \le 0{,}3\ R_e$)
Lungimea mediană a generatoarei de divizare	R_m	$\dfrac{d_{m1}}{2 \sin \delta_1}$
Lungimea exterioară a generatoarei de divizare	R_e	$R_m + 0{,}5\ b$
Unghiul piciorului dintelui	θ_f	$\tan\theta_f = h_{fe} / R_e$
Unghiul capului dintelui	θ_a	$\tan\theta_a = h_{ae} / R_e$
Unghiul conului de cap	$\delta_{a1(2)}$	$\delta_{1(2)} + \theta_a$
Unghiul conului de picior	$\delta_{f1(2)}$	$\delta_{1(2)} - \theta_f$
Diametrul cercului de cap exterior	$d_{ae1(2)}$	$d_{e1(2)} + 2h_{ae} \cos \delta_{1(2)}$

Diametrul cercului de picior exterior	$d_{fe1(2)}$	$d_{e1(2)} - 2h_{fe}\cos\delta_{1(2)}$
Înălțimea exterioară a conului de cap	$H_{ae1(2)}$	$R_e\cos\delta_{1(2)} - h_{ae}\sin\delta_{1(2)}$
Înălțimea interioară a conului de cap	$H_{ai1(2)}$	$H_{ae1(2)} - b\cos\delta_{1(2)}$

Profilul de referință exterior standardizat: α=20°; h_a^*=1; c^*=0,25.

Σ= 90° unghiul dintre axe; $\delta_2 = \Sigma - \delta_1$;

$u = z_2 / z_1$ - raportul numerelor de dinți.

Intre diametrele de divizare mediane şi cele exterioare se poate scrie relația:

$$\frac{d_m}{d_e} = \frac{R_m}{R_m + 0{,}5b} = \frac{1}{1 + 0{,}5\dfrac{b}{R_m}} \tag{6.46}$$

Deoarece $b = \Psi_{dm} \cdot d_m$, unde Ψ_{dm} este coeficient de lățime, rezultă:

$$\frac{b}{R_m} = \frac{\psi_{dm} \cdot d_m \cdot 2\sin\delta_1}{d_m} = 2\psi_{dm} \cdot \sin\delta_1$$

care, prin înlocuirea în relația (6.46) se obține:

$$\frac{d_m}{d_e} = \frac{m_m \cdot z_1}{m_e \cdot z_1} = \frac{1}{1 + \Psi_{dm}\sin\delta_1}$$

deci :

$$m_m = \frac{m_e}{1 + \psi_{dm} \cdot \sin\delta_1} \tag{6.47}$$

6.5.2 Calculul angrenajelor conice cu dinți drepți

6.5.2.1 *Forţe în angrenare*

Pentru stabilirea sistemului de forțe se consideră un angrenaj conic cu $\Sigma = 90^0$ şi cu dinți drepți (fig.6.25).

Componenta tangențială F_t la cercul de rulare în secțiunea medie a dintelui cu diametrul d_m se determină ca şi în cazul angrenajelor cilindrice cu relația:

$$F_{t1(2)} = \frac{2M_{t1(2)}}{d_{m1(2)}} \tag{6.48}$$

Forța radială la roata cilindrică echivalentă este:

$$F_r' = F_{t1(2)} \cdot \tan\alpha_n$$

Această forță se translează la diametrul de divizare median al angrenajului şi se descompune în două componente:

$$F_{a1} = F_r' \cdot \sin\delta_1 = F_{t1} \cdot \tan\alpha_n \cdot \sin\delta_1 = F_{r2} \tag{6.49}$$

$$F_{r1} = F_r' \cdot \cos\delta_1 = F_{t1} \cdot \tan\alpha_n \cdot \cos\delta_1 = F_{a2} \tag{6.50}$$

Se observă că forța radială la o roată devine forță axială la roata conjugată şi invers.

Forța normală se determină cu relația:

$$F_{n1(2)} = \frac{F_{t1(2)}}{\cos\alpha_n} \tag{6.51}$$

6.5.2.2 *Elemente de echivalare*

Relațiile de calcul stabilite la angrenajele cilindrice atât din condiția limitării tensiunii de rupere cât şi a tensiunii de contact, pot fi ş la roțile conice, dacă acestea se înlocuiesc cu roți cilindrice echivalente. Roțile echivalente se obțin prin secționarea angrenajului conic cu un plan N-N, normal pe generatoarea comună a conurilor de rostogolire (fig.6.25), la mijlocul lungimii dintelui. Astfel, in secțiunea *N-N* se obțin două roți cu dinți drepți a căror centre sunt O_{1v} şi O_{2v} obținute la intersecția planului *N-N* cu axele roților conice.

Legătura dintre elementele roților conice şi ale roților echivalente se exprimă prin relațiile de echivalare :

- diametrul de divizare al roții echivalente :

$$d_{v1} = \frac{d_{m1}}{\cos\delta_1} = \frac{m_m \cdot z_1}{\cos\delta_1} = z_{v1} \cdot m_m$$

- numărul de dinți echivalent :

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos\delta_1} \;;\; z_{v2} = \frac{z_2}{\cos\delta_2}$$

Se observă că dacă la roțile dințate cilindrice numărul minim de dinți care se poate prelucra fără corijare şi fără să apară fenomenul de subtăiere este de 17 dinți, la roțile conice acest număr este mai mic şi este dat de relația :

$$z_{1\min} = z_{v1\min} \cdot \cos\delta_1 = 17\cos\delta_1$$

- raportul de transmitere al angrenajului echivalent :

$$u_v = \frac{z_{2v}}{z_{1v}} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\cos\delta_1}{\cos\delta_2} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1} \quad \text{(deoarece } \delta_1+\delta_2 = 90°\text{)}$$

dar :

$$\frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1} = \frac{d_2}{d_1} = u \text{ , deci } u_v = u^2 \;;\; u = \frac{\cos\delta_1}{\sin\delta_1} = \frac{1}{\tan\delta_1} \;;\; \tan\delta_1 = \frac{1}{u} \;;\; \tan\delta_2 = u$$

- modulul echivalent :

$$m_v = m_m = \frac{m_e}{1+\psi_{dm}\sin\delta_1}$$

- distanța dintre axele roților echivalente :

$$a_v = \frac{d_{v1}+d_{v2}}{2} = \frac{m_m \cdot z_{v1}}{2}\left(1+u_v\right) = \frac{m_m \cdot z_1}{2\cos\delta_1}\left(1+u^2\right) = \frac{d_{m1}}{2\cos\delta_1}\left(1+u^2\right)$$

6.5.2.3 *Calculul de rezistență la încovoiere*

Ținând cont de elementele de echivalare şi de relațiile obținute pentru calculul angrenajelor cilindrice cu dinți drepți (6.29 şi 6.31) se obține:

- *Pentru verificare*:

$$\sigma_F = \frac{F_{t2}\,K_F}{b \cdot m_m} \cdot Y_{Fav} \le \sigma_{FP} \qquad (6.52)$$

unde K_F are aceeaşi semnificație ca la roți dințate cilindrice cu dinți drepți şi se determină cu relația (6.28), σ_{FP} cu relația (6.30) iar Y_{Fav} se va

determina în funcție de numărul de dinți ai roții echivalente ($z_{1v} = z_1 / \cos\delta_1$).

Pentru *dimensionare* din relația (6.52), după înlocuiri, se determină modulul pe conul suplimentar median, m_m. Cu relația (6.47) se determină modulul pe conul suplimentar exterior, m_e, care se standardizează.

$$m_{m\min} = \frac{2M_{t1}K_F Y_{Fav} Y_{Sa} Y\varepsilon}{\Psi_{dm} \cdot d_{m1}^2 \cdot \sigma_{FP}} \tag{6.53}$$

6.5.2.4 *Calculul de rezistență la presiune de contact*

Calculul se face la angrenajul echivalent, plecând de la relația (6.33) în care se fac următoarele înlocuiri:

$$F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\cos\alpha_n}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_{v1} \cdot \sin\alpha_n} + \frac{2}{d_{v2} \cdot \sin\alpha_n} = \frac{2\cos\delta_1}{d_{m1} \cdot \sin\alpha_n} + \frac{2\cos\delta_2}{d_{m2} \cdot \sin\alpha_n}$$

dar:

$$\cos\delta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\delta_1}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(1/u^2\right)}} = \frac{u}{\sqrt{u^2+1}}; \qquad \cos\delta_2 = \frac{1}{\sqrt{u^2+1}}$$

Înlocuind în relația razei de curbură echivalente se obține:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{d_{m1} \cdot \sin\alpha_n} \cdot \frac{\sqrt{u^2+1}}{u}$$

In aceste condiții relația (6.33) devine:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_{t1} \cdot K_H}{b \cdot d_{m1}} \cdot \frac{\sqrt{u^2+1}}{u}} \le \sigma_{HP)} \tag{6.54}$$

unde:

$Z_E = \sqrt{0{,}35E}$ - factorul de material (pentru otel Z_E = 189,8 $MPa^{1/2}$);

$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_n}}$ - factorul punctului de rostogolire;

Z_ε - factorul influentei lungimii minime de contact;

K_H, σ_{HP} au aceleaşi semnificaţii ca în relaţiile (6.34), respectiv (6.37).

Relaţia (6.54) reprezintă *relaţia de verificare* la presiune de contact a roţilor dinţate conice cu dinţi drepţi.

Pentru *dimensionare* în relaţia (6.54) se fac următoarele înlocuiri:

$$F_{t1} \frac{2M_{t1}}{d_{m1}}; \qquad b = \Psi_{dm} \cdot d_{m1}$$

şi se obţine:

$$d_{m1\min} = \sqrt[3]{\frac{2M_{t1} \cdot K_H \cdot (Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon)^2}{\Psi_{dm} \cdot \sigma_{HP}^2} \cdot \frac{\sqrt{u^2+1}}{u}} \qquad (6.55)$$

Se determină diametrul de divizare minim exterior cu relaţia:

$$d_{e1\min} = d_{m1\min}(1 + \Psi_{dm} \sin \delta_1);$$

Modulul minim exterior se determină cu relaţiile:

$$m'_{e\min} = \frac{d_{e1\min}}{z_1}; \qquad m''_{e\min} = m_{m\min}(1 + \psi_{dm} \sin \delta_1) \qquad (6.56)$$

In calculele de dimensionare se standardizează valoarea cea mai mare rezultată din relaţia (6.56).

$$m_e = \max(m'_{e\min}, m''_{e\min}) \qquad (6.57)$$

6.6 Angrenaje melcate

6.6.1 Generalităţi. Clasificare

Angrenajul melcat este un angrenaj încrucişat cu unghiul de încrucişare de 90°, la care una din roţi are un număr foarte mic de dinţi (z_1=1...4) şi poartă denumirea de *melc*, iar roata conjugată de *roată melcată*.

Dacă melcul şi roata au formă cilindrică (fig.6.26a), atunci contactul este punctiform şi portanţa este mică, rezultând un *angrenaj cilindric încrucişat*. Când roata are formă globoidală şi melcul este cilindric (fig.6.26b), ia naştere *angrenajul cu melc cilindric*, iar dacă şi melcul devine globoidal (fig.6.26c) se obţine *angrenajul cu melc globoidal*.

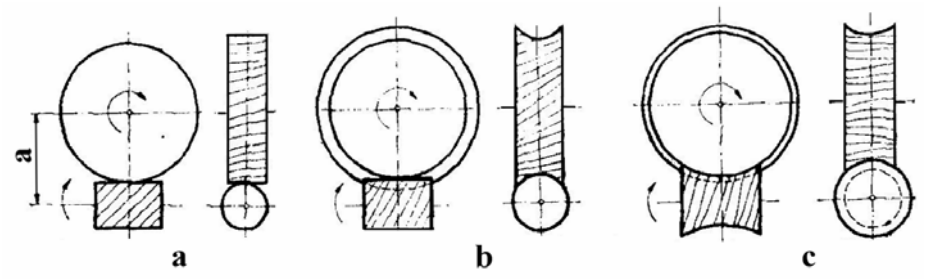


Fig.6.26

Față de celelalte angrenaje, angrenajul melcat prezintă următoarele:

Avantaje: realizează rapoarte de transmitere mari, cu două roți de dimensiuni reduse (i=10…100)., iar angrenajele slab solicitate, utilizate în scopuri cinematice, pot realiza rapoarte de transmitere foarte mari (i=200…500); transmit puteri mari, până la 200 kW, în comparație cu alte angrenaje cu axe încrucișate; au un grad de acoperire mai mare , funcționare lină şi silențioasă; se pot autofrâna la mişcare inversă.

Dezavantaje : randament scăzut (η = 0,7…0,92) care scade cu creşterea raportului de transmitere (la $i\approx$ 100, η=0,75); încălzire puternică datorită alunecărilor relative a suprafețelor în contact. Pentru a preveni griparea, se impune alegerea unui cuplu de materiale corespunzător, asigurarea unei ungeri abundente şi o rugozitate mică pe flancurile danturii.

In cele ce urmează, se vor analiza ***angrenajele cu melc cilindric***

La angrenajele cu melc cilindric, datorită formei toroidale a roții melcate, dantura angrenajului nu mai poate fi definită de o cremalieră de referință, ca la angrenajele cilindrice, adoptându-se un melc cilindric de referință.

Elementele geometrice ale melcului de3 referință sunt aceleaşi indiferent de tehnologia de execuție adoptată pentru melc, dar forma flancurilor melcului depind de procedeul de execuție. Melcii se prelucrează prin strunjire sau prin frezare. Melcii strunjiți sunt de tip:

- arhimedic (ZA): melc cilindric cu flancurile rectilinii în plan axial; aceştia sunt şuruburi cu profil trapezoidal, care în secțiune frontală au profilul după o spirală arhimedică. Se prelucrează uşor, motiv pentru care sunt foarte răspândiți în construcția de maşini.

- evolventic (ZE): melc cilindric cu flancurile generate geometric de drepte tangente la cilindru de bază ($\alpha_n = 20^0$), iar în secțiune frontală cu profilul după o evolventă;

- convolut (ZN): melc cilindric cu flancurile generate geometric de două drepte cuprinse într-un plan perpendicular pe elicea mediană a melcului. In secțiune frontală au profilul după o evolventă alungită.

Melcii frezați pot fi prelucrați cu o freză disc dublu conică rezultând melci ZK1 sau cu o freză deget conică rezultând melci ZK2.

Există următoarea orientare în folosirea acestor tipuri de melci:

- angrenajele ZK1 şi ZE: angrenaje de portanţă şi de precizie;
- angrenajele ZA: angrenaje de precizie cinematică;
- angrenajele ZN: angrenaje de încărcări şi precizie mici.

Materiale recomandate pentru angrenajele cu melc cilindric

Spre deosebire de alte angrenaje, la angrenajele melcate viteza periferică a melcului nu coincide cu viteza periferică a roţii melcate. Din această cauză apar alunecări mari între cele două profiluri în contact, care conduc la uzuri importante. Aceasta impune alegerea unor materiale adecvate cu caracteristici de antifricţiune şi duritate sporită.

Pentru confecţionarea *melcilor* se recomandă oţeluri carbon de calitate sau oţeluri aliate care permit prin tratamente termice durificarea flancurilor dinţilor. Melcii cu flancurile dinţilor durificate (având duritatea ≥ 45HRC) prezintă faţă de melcii nedurificaţi siguranţă ridicată faţă de pericolul gripării, asigurând în acelaşi timp şi reducerea uzurii flancurilor dinţilor roţilor melcate.

Materialele utilizate pentru confecţionarea *roţilor melcate* se împart în patru grupe.

Grupa I cuprinde aliaje de cupru, turnate în piese, cu rezistenţă mecanică relativ redusă, dar cu proprietăţi de antifricţiune. Din ea fac parte: aliaje cupru – staniu (cu 6...12% Sn); aliaje cupru –plumb - staniu; aliaje cu stibiu şi nichel.

In tabelul 6.4 se prezintă câteva materiale din grupele I şi II recomandate pentru roţi melcate cilindrice şi caracteristicile lor mecanice.

Tabelul 6.4

Grupa	Denumirea materialului	Marca	Caracteristici mecanice		Duritatea HRC
			σ_{rt} [MPa]	σ_{ct} [MPa]	
I	Aliaje cupru-staniu STAS 197/2-83	CuSn10	≤ 220	100...150	65
		CuSn12	≤ 220	130...160	80
		CuSn12Ni	≤ 260	(160)	90
	Aliaje cupru – plumb-staniu	CuPb5Sn10	≤ 180	(80)	70
		CuPb10Sn10	≤ 170	(80)	65
II	Aliaje cupru – staniu - zinc-plumb	CuSn6Zn4Pb4	≤ 180	80...120	60
		CuSn9Zn5	≤ 220	100...150	65

Obs: σ_{rt} - rezistenţa de rupere la tracţiune; σ_{ct} - limita de curgere la tracţiune

Valorile indicate în paranteză sunt orientative.

Grupa II cuprinde aliaje de cupru, cu proprietăți de antifricțiune mai slabe şi rezistență mai redusă la gripare, cum ar fi: aliaje cupru – staniu (cu 3...6% Sn); aliaje cupru –plumb – staniu – zinc.

Grupa III cuprinde aliaje de cupru, în general cu rezistență relativ redusă la gripare, cum ar fi: aliaje cupru-aluminiu şi cupru-zinc.

Grupa IV cuprinde fonte cenuşii obişnuite, fonte cenuşii cu grafit lamelar, fonte aliate rezistente la uzură. La aceste materiale rezistența la gripare este mult mai redusă decât rezistența la oboseală de contact.

6.6.2 Elementele cinematice

a. *Alunecarea între profilurile angrenajului*

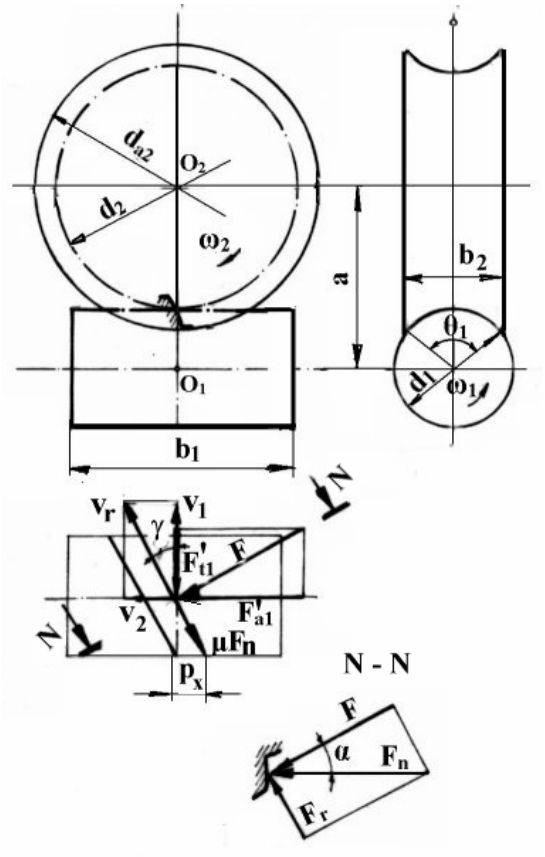


Fig.6.27

La angrenajul melcat vitezele periferice ale cilindrilor de rostogolire v_1 şi v_2 nu coincid (fig.6.27). Prin rotire, spira melcului alunecă pe dintele roții cu viteza de alunecare v_a, dirijată după tangenta la linia elicoidală de pe cilindrul de divizare al melcului. Dacă: v_1 - viteza periferică a melcului pe cilindrul de referință, d_1

$$v_1 = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2}$$

v_2 - viteza periferică a roții melcate pe cilindrul de divizare, d_2

$$v_2 = \omega_2 \cdot \frac{d_2}{2}$$

Viteza de alunecare în lungul spirei va fi: $v_a = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{v_1}{\cos\gamma}$

sau:

$$\tan\gamma = \frac{v_2}{v_1} \tag{6.58}$$

unde γ este unghiul de pantă al elicei de referință a melcului.

Din relația (6.58) rezultă că pentru valorile uzuale ale unghiului $\gamma < 30^0$, viteza de alunecare $v_a > v_1$. Aceste alunecări mari care apar între profiluri de-a lungul spirei melcului duc la reducerea randamentului angrenajelor melcate, la uzura pronunțată şi la tendința de gripare mult mai pregnantă decât la angrenajele cilindrice şi conice.

b. *Raportul de transmitere*

Din fig.6.27 rezultă:

$$v_2 = v_1 \tan\gamma$$

Înlocuind se obține:

$$\omega_2 \cdot \frac{d_2}{2} = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \tan\gamma \;\Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} \cdot \tan\gamma$$

Raportul de transmitere rezultă:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 \cdot d_2}{v_2 \cdot d_1} = \frac{d_2}{d_1 \cdot \tan\gamma}$$

6.6.3 Elemente geometrice

La angrenajele melcate elementele geometrice se definesc pe cilindrul de referință, care la angrenajul melcat deplasat nu mai coincide cu cilindrul de divizare.

Angrenajul melcat are modul axial m_x, modul normal m_n şi modul frontal m_t, între acestea existând relațiile:

$$m_{x1} = m_{t2}; \qquad m_{n1} = m_{n2}. \tag{6.59}$$

Modulul *standardizat* este $m_x = m_{x1} = m_{t2}$;

Dinții melcului sunt înfăşurați după o elice, unghiul elicei de referință corespunzător cilindrului de referință fiind γ. Acest unghi este egal cu unghiul de înclinare al dinților roții melcate.

Numărul de dinți ai melcului z_1 se adoptă în funcție de rapoartele de

transmitere şi este dat în tabelul 6.5.

Tabelul 6.5

Raportul de transmitere, i_a	8...14	16...28	31,5 şi peste
Numărul de începuturi, z_1	4	3	1

Pasul elicei melcului: $p_z = \pi \cdot d_1 \cdot \tan\gamma$;

Pasul axial al elicei melcului: $p_x = \dfrac{p_z}{z_1} = m_x \cdot \pi$;

Modulul axial al melcului: $m_x = \dfrac{p_x}{\pi} = \dfrac{\pi \cdot d_1 \cdot \tan\gamma}{z_1} = \dfrac{d_1}{q}$.

S-a notat prin q coeficientul diametral ($q = \dfrac{z_1}{\tan\gamma}$), care se alege în funcție de numărul de dinți ai roții melcate, z_2 (tabelul 6.6) sau în funcție de modulul axial (tabelul 6.7)

Tabelul 6.6

Nr. dinți ai roții melcate, z_2	$31 < z_2 < 41$	$45 < z_2 < 51$	$55 < z_2 < 57$	$63 < z_2 < 71$
q	6...8	7...10	8...11	9...13

Tabelul 6.7

m_x	1...1,5	2...2,5	3...4	5...6	8...10	12...16	20...25
q	12	10	10	9	9	8	7
	14	12	11	10	10	9	8
	16	14	12	12	11	10	9

Rezultă că diametru de divizare al melcului d_1 va fi: $d_1 = m_x \cdot q$.

Adoptarea unei anumite valori pentru coeficientul diametral este o problemă de optimizare pentru anumite condiții ale angrenajului melcat, pentru că valoarea lui influențează caracteristicile angrenajului şi randamentul său. Astfel un q mic duce la γ mare, deci randament bun, dar melcul este subțire, deci se încovoaie uşor, iar roata melcată îngustă. La valori mari pentru q se obține γ mic, deci randament scăzut, dar melc rigid.

Deplasarea de profil la angrenajele melcate se realizează numai la roata melcată ($x_2 = x$). Aceasta îşi modifică diametrul de cap şi picior, iar melcul nu se deplasează păstrându-şi aceleaşi dimensiuni ca într-un angrenaj nedeplasat.

Elementele geometrice ale unui angrenaj melcat cilindric rezultă din figura 6.28 iar în tabelul 6.8 se prezintă centralizat relațiile pentru calcul.

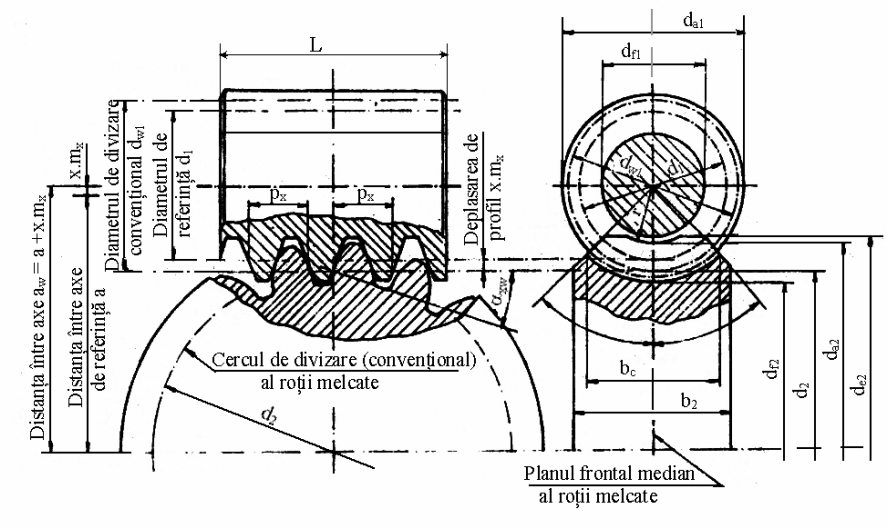


Fig.6.27

Tabelul 6.8

Denumirea elementului	Simbol	Relaţia de calcul
Coeficientul înălţimii capului dintelui melcului de referinţă	h_a^*	$h_a^* = 1$
Coeficientul jocului de referinţă la cap	c^*	c^*=0,2 pentru melcii prelucraţi pe strung şi roţile melcate prelucrate cu freza melc; c^*=0,2...0,3 pentru melcii prelucraţi cu freză disc sau deget
Coeficientul axial al deplasării profilului melcului	x_x	Pentru angrenaje melcate cu danturi standardizate $x_x = 0$.
Coeficientul deplasării de profil	x	$x = \dfrac{a_w}{m_x} - 0{,}5(q + z_2)$
Distanţa între axe	a_w	$a_w = 0{,}5(q + z_2 + 2x) \cdot m_x$
Distanţa între axele de referinţă	a	$a = 0{,}5(q + z_2) \cdot m_x$
Unghiul de pantă al elicei de referinţă a melcului	γ	$\gamma = arc\tan\left(\dfrac{z_1}{q}\right)$
Unghiul de pantă al elicei de divizare a melcului	γ_w	$\gamma_w = arc\tan\left(\dfrac{z_1}{q + 2x}\right)$

Tabelul 6.8(continuare)

Denumirea elementului	Simbol	Relația de calcul
Unghiul de presiune axial de referință al melcului	α_x	a) La melcii tip ZA este dat prin temă; b) La melcii tip ZE, ZN1, ZK1 se calculează cu: $\alpha_x = \arctan\left(\frac{\tan\alpha_n}{\cos\gamma}\right), \alpha_n = 20^0$
Elementele geometrice ale melcului		
Diametrul de referință	d_1	$d_1 = q \cdot m_x$
Diametrul de rostogolire	d_{w1}	$d_{w1} = (q + 2x) \cdot m_x$
Înălțimea capului de referință	h_{a1}	$h_{a1} = h_a^* \cdot m_x$
Înălțimea piciorului de referință	h_{f1}	$h_{f1} = (h_a^* + c^*) \cdot m_x$
Înălțimea dintelui melcului	h_1	$h_1 = h_{a1} + h_{f1} = (2h_a^* + c^*) \cdot m_x$
Diametrul de cap	d_{a1}	$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = (q + 2h_a^*) \cdot m_x$
Diametrul de picior	d_{f1}	$d_{f1} = d_1 - 2(h_a^* + c^*) \cdot m_x$
Pasul axial al danturii melcului	p_x	$p_x = \pi \cdot m_x$
Pasul elicei melcului	p_z	$p_z = z_1 \cdot p_x = \pi \cdot m_x \cdot z_1$
Lungimea melcului	L	- pentru x=0 şi z_1 = 1 sau 2 $L = (11 + 0{,}06z_2)m_x$ - pentru x=0 şi z_1 = 3 sau 4 $L = (11 + 0{,}1z_2)m_x$
Elementele geometrice ale roții melcate		
Diametrul de divizare	d_2	$d_2 = z_2 \cdot m_x$
Diametrul de cap	d_{a2}	$d_{a2} = (z_2 + 2h_a^* + 2x) \cdot m_x$
Raza curburii de cap a coroanei dințate a roții melcate	r_p	$r_p = 0{,}5d_1 - h_{a1}$
Lățimea de calcul a coroanei dințate	b_c	- pentru z_1=1 sau 2 : $b_c \le 0{,}75d_{a1}$; - pentru z_1=3 sau 4 : $b_c \le 0{,}67d_{a1}$

Tabelul 6.8(continuare)

Denumirea elementului	Simbol	Relația de calcul
Lățimea coroanei dințate	b_2	Se adoptă constructiv respectând relația: $b_2 \geq b_c$
Înălțimea capului de divizare	h_{a2}	$h_{a2} = (h_a^* + x) \cdot m_x$
Înălțimea piciorului de divizare al dintelui roții melcate	h_{f2}	$h_{f2} = (h_a^* + c^* - x) \cdot m_x$
Înălțimea dintelui roții melcate	h_2	$h_2 = h_{a2} + h_{f2} = h_1$
Pasul de divizare normal	p_{n2}	$p_{n2} = p_x \cos\gamma_w$
Pasul de divizare frontal	p_{t2}	$p_{t2} = p_x$

6.6.4 Calculul de rezistență

6.6.4.1. *Forțe în angrenare*

Forțele nominale care acționează pe melc şi roata melcată se presupun concentrate în punctul *C*. Melcul fiind elementul motor va acționa cu forța nominală F_{n2} asupra roții melcate, iar aceasta va reacționa cu o forță egală F_{n1} asupra melcului. La calculul forțelor din angrenajul melcat se consideră şi forța de frecare de-a lungul flancului dintelui de valoare $\mu \cdot F'_{n2}$, acționând în sens opus vitezei de alunecare v_a, în lungul spirei. In fig.6.29b, forța F_{n2} se descompune în F'_{n2} şi F_{r2}, iar F'_{n2} se aduce în proiecția orizontală a melcului, la unghiul de înclinare γ față de axă (fig.6.29c). Se compune apoi F'_{n2} cu $\mu \cdot F'_{n2}$ şi se obține rezultanta R_2 cu unghiul de înclinare $\varphi = \arctan\mu$. Prin descompunerea forței R_2 se obține forța axială F_{a2} şi tangențială F_{t2}.

Pentru unghiul dintre axe de 90^0 (fig.6.29a) rezultă:

$$F_{t1} = F_{a2}; \quad F_{t2} = F_{a1}; \quad F_{r1} = F_{r2}; \quad F_{n1} = F_{n2}$$

Forța tangențială este dată de relația:

$$F_{t1} = \frac{2M_{t1}}{d_1} = F_{a2} \tag{6.60}$$

Din figura 6.29 c rezultă:

$$F_{t2} = \frac{F_{a2}}{\tan(\gamma + \varphi)} = \frac{F_{t1}}{\tan(\gamma + \varphi)} \tag{6.61}$$

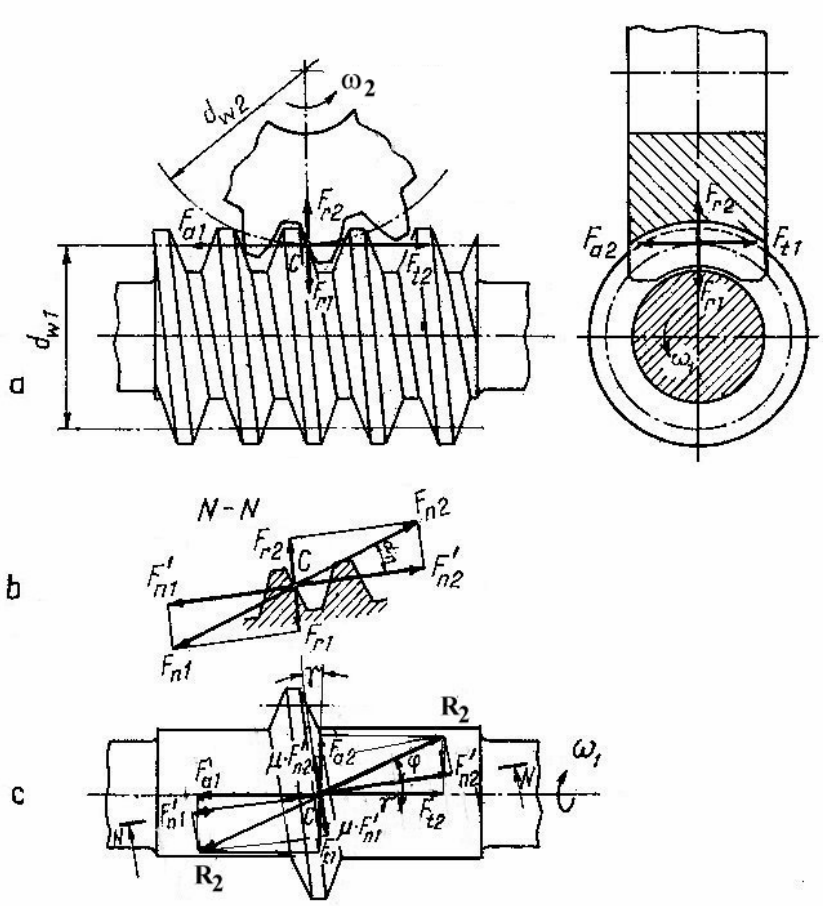


Fig.6.29

Din figura 6.29 b şi c rezultă:

$$F_{r2} = F_{r1} = F'_{n2} \cdot \tan\alpha_n = R_2 \cdot \cos\varphi \cdot \tan\alpha_n = \frac{F_{t2} \cdot \cos\varphi \cdot \tan\alpha_n}{\cos(\gamma + \varphi)}, \tag{6.62}$$

iar din figura 6.29b rezultă forța normală pe dinte:

$$F_{n2} = F_{n1} = \frac{F_{r2}}{\sin\alpha_n} = \frac{F_{t2} \cdot \cos\varphi}{\cos(\gamma + \varphi) \cdot \cos\alpha_n} \tag{6.63}$$

Deoarece φ este mic se poate considera $\cos\varphi \approx 1; \cos(\gamma + \varphi) \approx \cos\gamma$

Relațiile (6.61), (6.62), (6.63) devin:

$$F_{t2} = \frac{F_{t1}}{\tan\gamma};\ F_{n2} = F_{n1} = \frac{F_{t2}}{\cos\gamma \cdot \cos\alpha_n}; F_{r2} = F_{r1} = \frac{F_{t2} \cdot \tan\alpha_n}{\cos\gamma} \qquad (6.64)$$

6.6.4.2 *Calculul de rezistență la solicitarea de încovoiere*

Calculul se efectuează în punctul de rostogolire *C*, şi anume la roata melcată care este executată din materiale mai puțin rezistente la solicitarea de contact sau încovoiere.

Se consideră angrenajul melc-roată melcată, asemănător cu angrenajul dintre două roți cu dinți înclinați cu unghiul γ, astfel că relațiile de echivalare a roților cilindrice cu dinți înclinați cu roțile cu dinți drepți sunt valabile şi pentru angrenajele melcate.

Condiția de verificare pe baza comparației dintre tensiunea de încovoiere de regim σ_F şi tensiunea de încovoiere admisibilă de regim σ_{FP} se exprimă cu relația:

$$\sigma_F = \frac{2M_{t2} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_T \cdot K_{F\beta}}{z_2 \cdot q \cdot m_x^3} Y_F Y_\gamma Y_\varepsilon \le \sigma_{FP} \qquad (6.65)$$

unde:

K_T - factorul de influență a treptei de precizie a angrenajului (tabelul 6.9, conform STAS 13024-91) ;

Tabelul 6.9

Treapta de precizie	6	7	8	9
K_T	1,0	1,05	1,10	1,16

$K_{F\beta}$ - factorul repartiției sarcinii pe lățimea danturii la solicitarea de încovoiere. Pentru calcule preliminare se adoptă la angrenajul cu melc cilindric $K_{F\beta}$=1;

Y_F - factor de formă al dinților roții melcate. Se alege din diagrama 6.30 în funcție de numărul de dinți echivalent al roții melcate, z_{n2} , pentru x=0.

$$z_{n2} = \frac{z_2}{\cos^3\gamma} \quad unde \quad \gamma = arc\tan\frac{z_1}{q}; \qquad (6.66)$$

$Y\gamma = \frac{1}{\cos\gamma}$ - factor de influență a înclinării dinților asupra

solicitărilor de încovoiere.

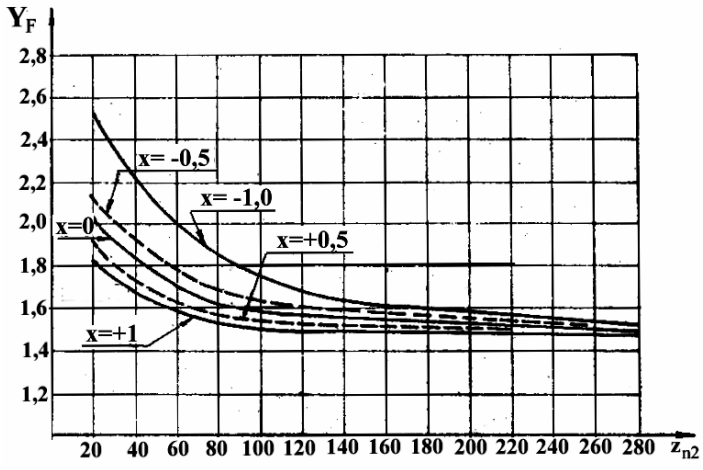


Fig.6.30

$Y_\varepsilon = \dfrac{76,4}{\chi\varepsilon_\alpha}$ - factor de influență a lungimii minime de contact şi a gradului de acoperire frontal;

în care:

$\chi = \arcsin\psi_{da1}$; ($\psi_{da1} \le 0,75$ pentru z_1=1 sau 2; $\psi_{da1} \le 0,67$ pentru z_1=3 sau 4);

ε_α - grad de acoperire în plan frontal median. In calcule preliminare ε_α=1,82.

Factorii K_A, K_V au aceleaşi semnificații ca la roțile dințate cilindrice cu dinți înclinați.

σ_{FP} - tensiunea admisibilă la solicitarea de încovoiere a dinților roții melcate. Se determină cu relația:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F\lim b}}{S_{FP}} Y_N Y_R Y_X \qquad [MPa]; \tag{6.67}$$

unde:

σ_{Flimb} – rezistența la oboseală de bază la solicitarea de încovoiere. Se alege astfel:

- pentru dinți solicitați numai într-un sens (cicluri pulsatorii):

$\sigma_{F\,limb} = \sigma_{0\,limb}$ [MPa];

- pentru dinți solicitați alternant în ambele sensuri:

$\sigma_{F\,limb} = \sigma_{-1\,limb}$ [MPa].

In lipsa unor date experimentale, rezistențele la oboseală de bază la încovoiere $\sigma_{0\,limb}$, respectiv $\sigma_{-1\,limb}$, se pot evalua, cu aproximație, pe baza următoarelor relații empirice:

- pentru aliaje de cupru:

$\sigma_{0\lim b} = (0{,}35...0{,}45)\,\sigma_{rt}$ [MPa]; $\sigma_{-1\lim b} = (0{,}3...0{,}4)\,\sigma_{rt}$ [MPa];

- pentru fonte:

$\sigma_{0\lim b} = (0{,}48...0{,}7)\,\sigma_{rt}$ [MPa]; $\sigma_{-1\lim b} = (0{,}4...0{,}5)\,\sigma_{rt}$ [MPa].

S_{FP} – coeficient de siguranță la solicitările de încovoiere

$$S_{FP} = S_{p1} \cdot S_{p2} \cdot S_{p3} \tag{6.68}$$

în care:

S_{p1} - coeficient de siguranță ce depinde de nivelul de încredere în funcționare şi are valorile: S_{p1}= 1,25...1,5 pentru nivel de încredere foarte mare; S_{p1}=1,15 pentru nivel de încredere normal şi S_{p1}=1 pentru nivel de încredere minim.

S_{p2} - coeficient de siguranță ce depinde de materialul roții melcate şi are valorile: S_{p2}=1,15 pentru aliaje cupru-staniu; S_{p2}=1,10 pentru aliaje cupru-staniu-plumb-zinc; S_{p2}=1,08 pentru aliaje cupru-aluminiu.

S_{p3} - coeficient ce depinde de importanța angrenajului şi pentru angrenaje relativ ieftine are valorile: S_{p3}=1,1 dacă ruperea dinților nu provoacă avarii şi nici accidente; S_{p3}=1,2 dacă ruperea dinților provoacă avarii şi accidente.

Factorii de influență Y_N, Y_R, Y_X au aceleaşi semnificații ca la roțile dințate cilindrice cu dinți înclinați.

Pentru dimensionare din relația (6.65) rezultă:

$$m_x \geq m_{\min} = \sqrt[3]{\frac{2M_{t2} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_T \cdot K_{F\beta} \cdot Y_F \cdot Y_\gamma \cdot Y\varepsilon}{z_2 \cdot q \cdot \sigma_{FP}}} \tag{6.69}$$

6.6.4.3 *Calculul de rezistenţă la solicitarea de contact*

Condiţia de verificare pe baza comparaţiei dintre tensiunea de regim de contact σ_H şi tensiunea de contact admisibilă de regim σ_{HP} se exprimă cu relaţia:

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_H Z_\varepsilon}{d_2}\sqrt{\frac{2M_{t2}\cdot K_A \cdot K_V \cdot K_T \cdot K_{H\beta}}{d_1}} \le \sigma_{HP} \qquad [MPa] \qquad (6.70)$$

unde:

M_{t2} - momentul de torsiune la roata melcată ;

Z_H – factor de influenţă a geometriei zonei de angrenare asupra solicitărilor de contact şi care este dat de relaţia:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2\cos\gamma}{\sin\alpha_n \cos\alpha_n}};$$

în care: $\alpha_n = 20^0$ – unghiul profilului spirei; γ - unghiul elicei de referinţă.

Z_ε - factorul de influenţă a lungimii minime de contact, a gradului de acoperire al profilului şi a înclinării dinţilor asupra solicitărilor de contact;

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{76{,}4\cos\gamma}{\chi\varepsilon_\alpha}};$$

în care termenii au aceeaşi semnificaţie ca la solicitarea de încovoiere;

Z_E – factor de influenţă a materialelor roţilor asupra solicitărilor de contact. Pentru câteva combinaţii de material, factorul Z_E se dă în tabelul 6.10.

Tabelul 6.10

Melc		Roată melcată		$Z_E\sqrt{MPa}$
Material	E_1 [MPa]	Material (aliaj)	E_2 [MPa]	
Oţel laminat	$(2{,}06...2{,}1)\cdot 10^5$	cupru-staniu	$0{,}74\cdot 10^5$	138
		cupru-staniu-zinc-plumb	$(0{,}88...0{,}93)\cdot 10^5$	146...150
		cupru-aluminiu	$(0{,}88...1{,}14)\cdot 10^5$	146...160
		Alame	$(0{,}88...0{,}98)\cdot 10^5$	146...153

$K_{H\beta}$ - factorul repartiţiei sarcinii pe lăţimea danturii la solicitarea de contact. Pentru calcule preliminarii se adoptă la angrenajul cu melc cilindric

$K_{H\beta} = 1$;

K_A şi K_V au semnificaţiile de la roţi cilindrice cu dinţi înclinaţi.

σ_{HP} - tensiunea admisibilă la solicitarea de încovoiere a dinţilor roţii melcate. Se determină cu relaţia:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H\lim b}}{S_{HP}} Z_N Z_L Z_R Z_V Z_X \qquad [MPa]; \tag{6.71}$$

unde:

$\sigma_{H\lim b}$ - rezistenţa la oboseală de bază la solicitări de contact ale flancurilor dinţilor roţilor cu melc cilindric. Se alege din tabelul 6.11.

Tabelul 6.11

Grupa	Materialul roţii melcate	Angrenaje cu melcul din oţel şi $D_{RC} \geq 45HRC$	Angrenaje cu melcul din oţel şi $D_{RC} < 45HRC$
I	Aliaje cupru-staniu Aliaje cupru-plumb-staniu Aliaje cu stibiu şi nichel	$\sigma_{Hlimb} = (0,75...0,9)\sigma_{rt}$	$\sigma_{Hlimb} = (0,6...0,72)\sigma_{rt}$
II	Aliaje cupru-staniu-plumb-zinc	$\sigma_{Hlimb} = 0,6\sigma_{rt}$	$\sigma_{Hlimb} = 0,48\sigma_{rt}$

S_{HP} – coeficient de siguranţă la solicitările de contact.

$$S_{HP} = S_{p1} \cdot S_{p2}$$

Z_N – factor de influenţă a durabilităţii asupra rezistenţei materialului la oboseală în solicitările de contact. Se alege în funcţie de numărul de cicluri ale roţii melcate, N_{H2} (N_{H2} =60 L_h n_2, unde L_h reprezintă durata de funcţionare, în ore, iar n_2 - turaţia la arborele roţii melcate). Z_N =1 pentru $N_{H2} < 10^7$ cicluri; $Z_N=(10^7/\ N_{H2})^{1/8}$ pentru $10^7 \leq N_{H2} \leq 25 \cdot 10^7$ cicluri; Z_N =0,67 pentru $N_{H2}>25.10^7$ cicluri.

Z_L - factor de influenţă a ungerii (lubrifiantului) asupra rezistenţei materialului la oboseală în solicitările de contact. In funcţie de calitatea uleiului lubrifiant Z_L = 1,0...1,1.

Z_R - factor de influenţă a rugozităţii flancurilor asupra rezistenţei materialului la oboseală în solicitările de contact. In funcţie de rugozitatea flancurilor dinţilor roţii melcate, se recomandă: pentru R_z = 3,2...6,3 μm, Z_R

=1; pentru R_z = 8...10 μm, Z_R =0,98; pentru R_z = 20...40 μm, Z_R =0,95.

Z_V - factor de influență a vitezelor asupra rezistenței materialului la oboseală în solicitările de contact. Pentru calcule preliminare Z_V = 1.

Z_X - factor de influență a dimensiunii roții melcate asupra rezistenței materialului la oboseală în solicitările de contact. Pentru calcule preliminare Z_X=1.

Pentru *dimensionare* se fac înlocuiri în relația (6.70) şi se determină distanța minimă dintre axe cu relația:

$$a_w \geq a_{H\min} = \left(\frac{z_2}{q}+1\right)\cdot\sqrt[3]{\frac{M_{t2}\cdot(Z_H Z_E Z_\varepsilon)^2\cdot K_A\cdot K_V\cdot K_T\cdot K_{H\beta}}{4\cdot\left(\sigma_{HP}\frac{z_2}{q}\right)^2}}; \qquad (6.72)$$

unde termenii au semnificațiile arătate mai sus.

Valoarea obținută pentru distanța între axe, cu relația (6.72), se standardizează la valoarea $a_{STAS} = a_w$.

6.7 Randamentul reductoarelor şi verificarea la încălzire

6.7.1 Randamentul reductoarelor

Transmisiile prin roți dințate cu raport de transmitere constant, montate în carcase închise se numesc reductoare, dacă reduc turația.

Randamentul unui reductor cu *k* trepte de reducere se determină cu relația:

$$\eta_t = \eta_{ai}^k \cdot \eta_L^{(k+1)} \cdot \eta_u^n; \qquad (6.73)$$

unde: *n* - numărul de roți scufundate în baia de ulei;

η_{ai} – randamentul treptei "*i*" de roți dințate (randamentul angrenării);

η_L – randamentul unei perechi de lagăre;

η_u – randamentul datorită barbotării uleiului din baie.

Randamentul angrenării depinde de tipul angrenajului şi se determină astfel:

a) *pentru angrenaje cilindrice cu dinți drepți sau înclinați*

Randamentul unei trepte cu roți dințate cilindrice se determină cu

relația:

$$\eta_a = 1 - \frac{\pi \mu_a \varepsilon_\alpha}{f \cos \beta} \cdot \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right); \qquad (6.74)$$

unde:

μ_a - coeficient de frecare (tabelul 6.12 atât pentru angrenajele cilindrice cât şi pentru cele conice).

Tabelul 6.12

Materialele danturilor	Prelucrarea flancurilor	μ_a
Oțeluri durificate superficial	Rectificare Șeveruire Frezare	0,04...0,08 0,06...0,10 0,09...0,12
Oțeluri îmbunătățite sau normalizate	Frezare	0,09...0,14

ε_α - gradul de acoperire;

f – coeficient ce depinde de starea angrenajului (f=2 pentru angrenaje aflate în rodaj şi f = 5 pentru angrenaje bine rodate);

β - unghiul de înclinare al danturii (la angrenajele cilindrice cu dinți drepți $\beta = 0$);

z_1, z_2 - numerele de dinți ale roții conducătoare, respectiv conduse.

b) *pentru angrenaje conice cu dinți drepți sau înclinați*

Randamentul unei trepte de roți dințate se determină cu relația:

$$\eta_a = 1 - \frac{\pi \, \mu_a \, \varepsilon_\alpha}{f \cos \beta} \left(\frac{1}{z_{v1}} + \frac{1}{z_{v2}} \right) \qquad (6.75)$$

unde z_{1v} si z_{2v} reprezintă numerele de dinți la cele două roți cilindrice echivalente, iar ceilalți termeni au aceleaşi semnificații ca în relația (6.74)

c) *pentru angrenaje melcate cu melc cilindric*

Pentru angrenajele melcate demultiplicatoare (melcul fiind elementul conducător) se determină cu relația:

$$\eta_a = \frac{\tan \gamma_w}{\tan(\gamma_w - \varphi)}; \qquad (6.76)$$

în care în care γ_w reprezintă unghiul de pantă al elicei de referință a melcului (tabelul 6.7), iar $\varphi = arc\tan\mu$ unghiul de frecare echivalent.

Randamentul unei perechi de lagăre se determină cu relația:

$$\eta_L = 1 - \frac{P_{fL}}{P_i}; \qquad (6.77)$$

unde: P_i - puterea la arborele pe care sunt montate lagărele;

P_{fL} - puterea pierdută prin frecarea în lagăr, determinată cu relația:

$$P_{fL} = \mu_L \cdot F_L \cdot \frac{d_L}{2} \cdot \frac{\omega}{10^6} \quad [kW]; \qquad (6.78)$$

în care: μ_L – coeficientul de frecare în rulment; d_L – diametrul fusului, în mm; F_L – reacțiunea din lagăr, în N; ω – viteza unghiulară a fusului, în rad/s.

Randamentul datorită barbotării uleiului din baie se determină cu relația:

$$\eta_u = 1 - \frac{P_{fu}}{P_i}; \qquad (6.79)$$

unde P_{fu} reprezintă puterea pierdută prin frecarea roții cu uleiul

$$P_{fu} = \frac{b \cdot h \cdot v^{0,66}}{2,7 \cdot 10^6} \quad [kW]; \qquad (6.80)$$

în care:

b - lățimea roții dințate scufundate în ulei, în mm;

h - adâncimea de scufundare a roții în ulei, în mm;

v - viteza periferică a roții, în m/s.

6.7.2 Verificarea la încălzire

In timpul funcționării angrenajelor datorită frecării între roțile dințate, a pierderilor în lagăre, a frecării cu uleiul de ungere, o parte din energia mecanică este pierdută, transformându-se în căldură. Dacă răcirea este insuficientă transmisia iese din uz şi se distruge rapid. Considerând că întreaga cantitate de energie pierdută prin frecare se transformă în căldură, atunci aceasta are valoarea:

$$Q_{pr} = (1-\eta_t)\cdot P_2; \tag{6.81}$$

unde P_2 reprezintă puterea la arborele de ieşire din reductor.

Dacă reductorul nu funcţionează cu recircularea uleiului, întreaga cantitate de căldură trebuie să fie evacuată prin pereţii reductorului şi are expresia:

$$Q_{ev} = \lambda \cdot S_c \cdot \eta_t \cdot (t - t_0) \tag{6.82}$$

unde λ este coeficientul de transmitere a căldurii între carcasă şi aer: λ=8...12 [W/(m^2.^{o}C)] dacă există o circulaţie slabă a aerului în zona de montare a reductorului; λ = 12...18 [W/(m^2.^{o}C)] dacă există o bună circulaţie a aerului în zona de montare a reductorului); t_0 - temperatura mediului ambiant (t_0=18^{o}C); t – temperatura uleiului din baie; η_t - randamentul total al reductorului ; S_c - suprafaţa de calcul a reductorului (S_c=1,2S, unde S reprezintă suprafaţa carcasei calculată. Această suprafaţă se majorează cu 20 % pentru a ţine seama de nervurile de rigidizare şi de flanşe, obţinându-se astfel S_c).

Dacă $Q_{pr} < Q_{ev}$ răcirea reductorului este suficientă. Dacă $Q_{pr} > Q_{ev}$ este necesar a se lua măsuri de răcire forţată, cum ar fi: montarea unui ventilator pe arborele de ieşire al reductorului sau utilizarea unei serpentine de răcire montată în baia de ulei.

Din ecuaţia bilanţului termic $Q_{pr} = Q_{ev}$ rezultă temperatura uleiului din baie.

$$t = t_0 + \frac{P_2(1-\eta_t)}{\lambda\, S_c \eta_t} \le t_a \ ; \tag{6.83}$$

unde t_a reprezintă temperatura admisibilă şi se recomandă ca t_a=(60...70)^{0}C pentru angrenaje cilindrice şi conice şi t_a= (80...95)^0 C pentru angrenaje melcate.

6.8 Mecanisme cu roţi dinţate

Angrenajele simple cu două roţi dinţate (exceptând angrenajele melcate) nu pot realiza rapoarte de transmitere i > 6, deoarece creşte prea

mult gabaritul transmisiei. Pentru a se realiza rapoarte mai mari de transmitere se leagă mai multe angrenaje simple între ele formând trenuri de angrenaje, obținându-se astfel :

a) *Mecanisme cu roți dințate dispuse în serie* (fig.6.31)

In acest caz raportul total de transmitere i_{1n} are expresia:

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{23} \ldots i_{(n-1)n} = (-1)^{n-1} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdots \frac{z_n}{z_{n-1}} = (-1)^{n-1} \cdot \frac{z_n}{z_1} \qquad (6.84)$$

Rezultă că raportul de transmitere nu este influențat de roțile

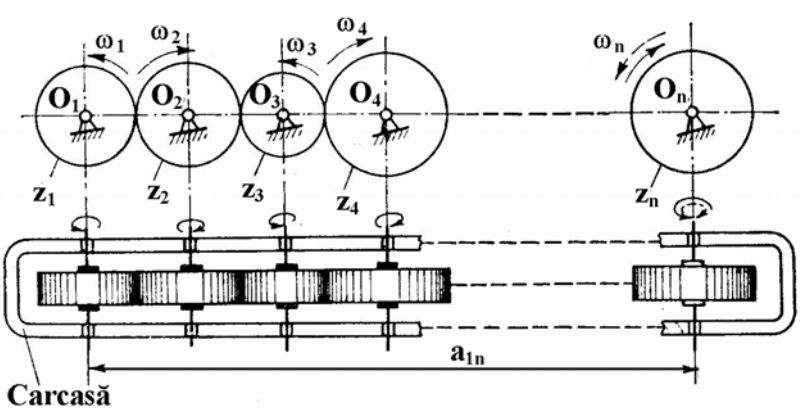


Fig.6.31

intermediare (numite şi roți parazite), acestea contribuie la realizarea unei distanțe între axe a_{1n} mai mare şi la modificarea sensului mişcării.

b) *Mecanisme cu roți dințate dispuse în cascadă* (fig.6.32).

In figură se prezintă schema cinematică a unui mecanism cu roți dințate cilindrice, dispuse în cascadă.

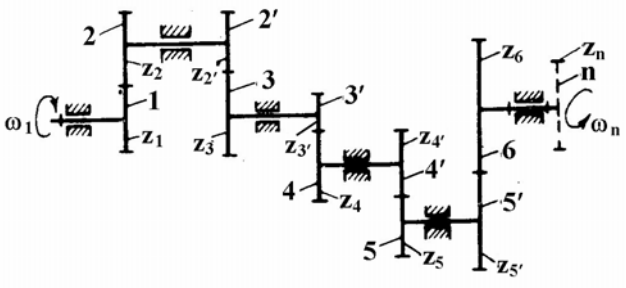


Fig.6.32

Raportul de transmitere total este:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot \ldots \cdot i_{n-1,n} = (-1)^{n-1} \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot \ldots \cdot z_n}{z_1 \cdot z_2' \cdot \ldots \cdot z_{n-1}'} \qquad (6.85)$$

Rezultă că în acest caz, raportul de transmitere este influenţat de fiecare angrenaj, roţile dinţate parazite fiind excluse şi este egal cu produsul rapoartelor de transmitere parţiale sau cu raportul dintre produsul numerelor de dinţi ale roţilor conduse şi produsul numerelor de dinţi ale roţilor conducătoare. Semnul raportului de transmitere este hotărât de numărul angrenajelor exterioare simple.Ca urmare se obţin rapoarte de transmitere mult mai mari cu acelaşi număr de roţi dinţate, de aceeaşi mărime din punctul de vedere al numerelor de dinţi. Reductoarele cu mai multe trepte sunt mecanisme cu roţi dispuse în cascadă.

c) *Cutia de viteze*

Spre deosebire de reductor, cutia de viteze permite obţinerea unei game de turaţii la arborele principal (de ieşire), deşi arborele motor are o turaţie invariabilă. Aceasta se poate realiza cu ajutorul grupurilor de roţi dinţate baladoare (mobile).

In fig.6.33 se prezintă schema unei cutii de viteze, alcătuită dintr-un

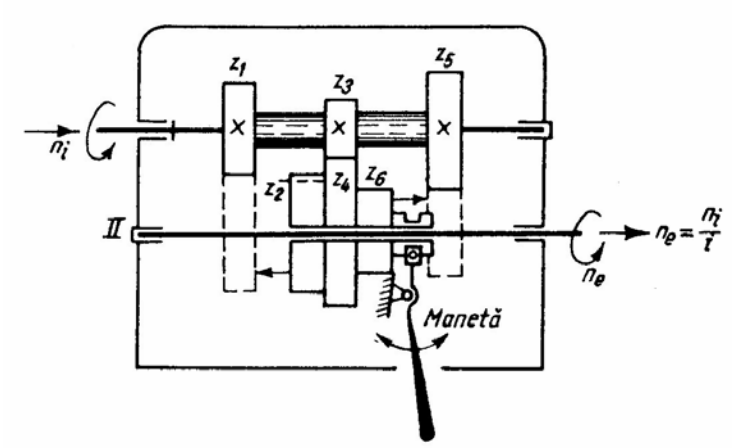


Fig.6.33

tren cu roţi dinţate fixe şi unul cu roţi dinţate baladoare sau mobile. Cu aceasta se pot obţine trei turaţii diferite la ieşirea arborelui principal, n_{e1}, n_{e2}, n_{e3} . Rapoartele de transmitere parţiale sunt:

$$i_1 = \frac{z_2}{z_1}; \qquad i_2 = \frac{z_4}{z_3}; \qquad i_3 = \frac{z_6}{z_5} \tag{6.86}$$

d) *Mecanisme planetare şi diferenţiale*

Angrenajele de roți dințate la care avem roți cu axul mobil în spațiu se numesc *planetare* (fig.6.34), când roata cu axul mobil angrenează cu o roată fixă sau *diferențiale* (fig.6.35) când roata cu axul mobil angrenează cu o roata mobilă.

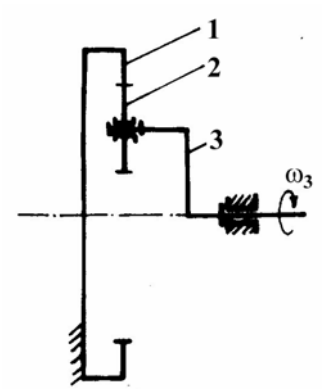


Fig.6.34
1- roată solară; 2- satelit;
3- braț port-satelit

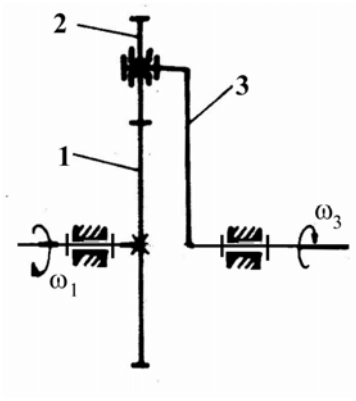


Fig.6.35
1- roată solară; 2- satelit;
3- braț port-satelit

Gradul de mobilitate al acestor mecanisme :

- pentru mecanismul planetar :

$$M = 3 - 2C_5 - C_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$$

- pentru mecanismul diferențial :

$$M = 3 - 2C_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$$

Pentru calculul vitezelor unghiulare se poate folosi metoda analitica a lui Willis : în cazul mecanismului diferențial se presupune că se dă ansamblului viteza unghiulara - ω_3, angrenajul devenind astfel cu axe fixe. Pentru sistematizarea calculelor se face următorul tabel :

Elementul	1	2	3
Viteza reală	ω_1	ω_2	ω_3
Vitezele după ce s-a dat ansamblului viteza - ω_3	$\omega_1 - \omega_3$	$\omega_2 - \omega_3$	0

Raportul de transmitere pentru cazul când elementul 3 este fix va fi :

$$(i_{12})_3 = (\omega_1 - \omega_3)/(\omega_2 - \omega_3) = -R_2 / R_1 = -z_2 / z_1$$

De unde rezultă:

$\omega_2 = \omega_3(1 + z_1 / z_2) - \omega_1(1 + z_1 / z_2)$ în cazul mecanismului diferențial

$\omega_2 = \omega_3(1 + z_1 / z_2)$ în cazul mecanismului planetar ($\omega_1 = 0$)

6.9 Angrenaje speciale

Angrenajele elastice (armonice) au **m**arele avantaj că pot realiza rapoarte de transmitere foarte mari, de ordinul miilor, într-un gabarit redus şi având o funcționare silențioasă. Transmisia armonică presupune existența unui element deformabil. Aceste transmisii pot fi realizate cu roți de fricțiune sau cu roți dințate.

Transmisia armonică cu roți dințate (fig.6.36) se compune din două sau trei role (1), sateliți, montați printr-un braț portsatelit pe arborele I, având rol de element conducător. Rolele sunt puse în contact cu un inel elastic (2), prevăzut cu dinți pe suprafața exterioară. Inelul elastic este împins de role şi deformat pentru ca acesta să intre în contact prin angrenare cu un inel rigid (3), prevăzut cu dantură interioară. Când roata (3) este fixă mecanismul armonic este planetar iar când este mobilă mecanismul este diferențial.

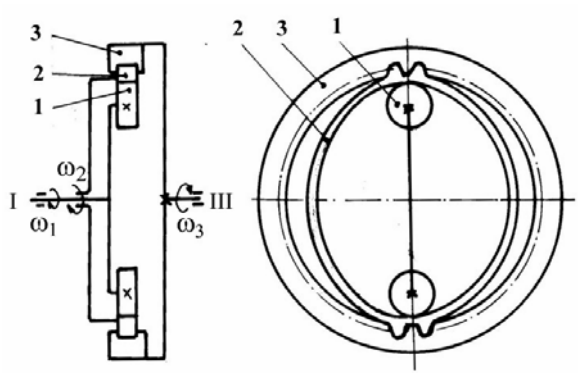


Fig.6.36

La aceste angrenaje, numărul de dinți ai elementului deformabil, z_2, este cu 1 până la 3 dinți mai mic decât numărul de dinți ai inelului rigid, z_3. Raportul de transmitere al mişcării se calculează similar cu al mecanismelor planetare sau diferențiale, astfel:

$$i = \frac{z_3}{z_3 - z_2}$$

Dacă $z_3 - z_1 = 1$, rezultă $i = z_3$. De aici decurge posibilitatea de a se obține rapoarte de transmitere *i* foarte mari la acest tip de angrenaje.

Profilul dinților la un angrenaj armonic este triunghiular, de dimensiuni mici. Întrucât la un moment dat se găsesc în contact mai multe perechi de dinți, capacitatea de transmitere a încărcării este mare, putându-se ajunge până la puteri de 10kW.

Pentru a spori durabilitatea elementului flexibil, acesta se execută din materiale rezistente la oboseală, cum ar fi oțelurile aliate cu crom şi nichel sau cu crom şi molibden iar la încărcări mici pot fi chiar din materiale termoplaste.

Angrenajele cilindrice minimale (fig.6.37) sunt angrenaje evolventice cu dinți drepți sau înclinați la care pinionul are un număr foarte mic (minimal) de dinți (z_1=3…5 dinți), dar față de melc unghiul β are valori mai mici. Cu aceste angrenaje se pot obține rapoarte de transmitere mari *i*=5…100, respectiv gabarite mici şi se utilizează în special în mecanica fină. Pentru a se evita subtăierea dinților şi ascuțirea lor la vârf se recomandă corijări pozitive mari concomitent cu scurtarea capului dintelui pinionului şi unghi mare de înclinare al dinților.

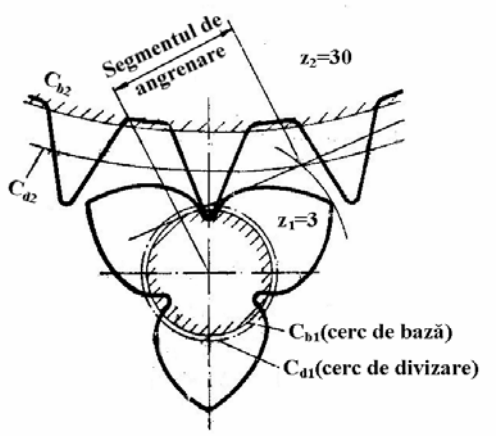


Fig.6.37

Calculul geometric şi de rezistență se realizează în acelaşi mod ca la angrenajele cilindrice cu $z_1 \geq 10...12$.

Angrenajele cilindrico-conice se utilizează în locul angrenajelor conice mai ales în construcția de aparate. Sunt angrenaje formate dintr-un pinion cilindric cu dantură evolventică şi o roată conică cu dinți de egală înălțime (fig.6.38). In acest caz unghiul dintre axele celor două roți $\sum$ va fi egal cu semiunghiul conului de divizare al roții conice δ_2. Pinionul cilindric se execută în modul cunoscut şi apoi, cu un cuțit roată identic cu pinionul,

se frezează dantura roții conice, care este conică numai prin forma ei, pentru că dantura este evolventică şi roata este o roată cilindrică cu deplasare variabilă de profil.

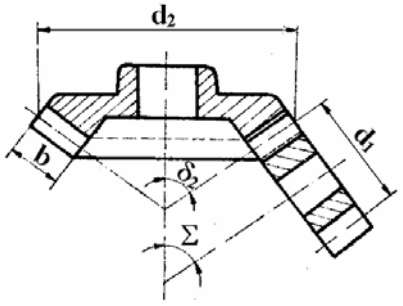


Fig.6.38

Aceste angrenaje sunt mai puțin sensibile la erorile de montaj şi permit, prin deplasarea axială a roților, o reglare simplă a jocului tangențial dintre dinți.

Angrenajele toroidale sunt o variantă a angrenajelor conice, dantura însă nu mai este generată pe con ci pe suprafețe toroidale cu parametrii *D* şi *d* (fig.6.39). La aceste angrenaje se poate modifica unghiul dintre axe ∑, în timpul funcționării, de la 0^0 la 180^0, păstrând raportul de transmitere al mişcării constant.

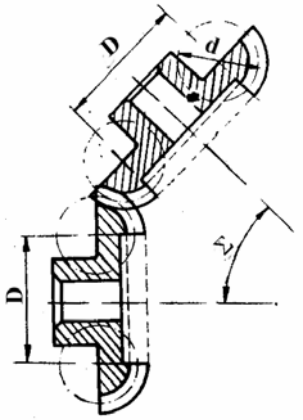


Fig.6.39

Dantura roților toroidale se prelucrează cu ajutorul unor freze disc speciale. Sunt utilizate mai mult în scop cinematic, la încărcări mici, pentru manipulatoare tip mână mecanică pentru acționarea de la distanță. Datorită contactului punctiform, au portanță de 4...5 ori mai redusă decât la un angrenaj conic echivalent.

Angrenaje cu profilul dintelui în arc de cerc (tip Novicov), caută să elimine dezavantajele angrenajelor cu profil în evolventă, cum ar fi: capacitate portantă relativ redusă, pierderi mari prin frecare în angrenaj, sensibilitate mare față de dezaxările provocate de deformațiile arborilor. La angrenajul de tip Novicov flancurile active ale dinților sunt suprafețe elicoidale cu generatoarea în arc de cerc, în secțiune frontală. Profilul dintelui pinionului este convex iar la roata condusă, concav (fig.6.40). Linia de angrenare este amplasată de-a lungul dintelui, astfel punctul de contact al profilelor se deplasează de-a lungul dinților şi nu de-a lungul profilului ca la

angrenajele evolventice.

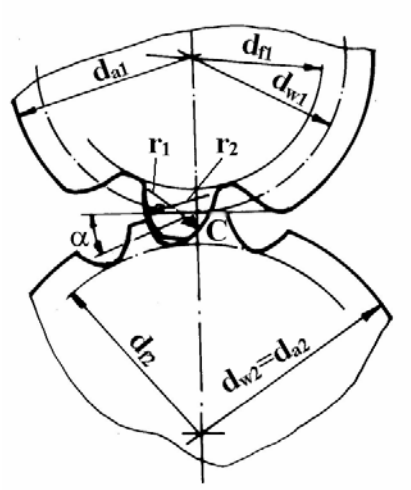


Fig.6.40

Dacă razele de curbură ale dinților în secțiune frontală sunt egale ($r_1=r_2$), contactul dinților este teoretic pe toată suprafața dintelui, ceea ce face ca portanța acestor angrenaje să fie mare. Angrenarea continuă, grad de acoperire $\varepsilon \geq 1$, se asigură însă numai pentru dinți înclinați. Aceasta face ca angrenajele Novicov să se execute cu scule complicate şi costisitoare.

Capitolul 7
OSII ŞI ARBORI DREPȚI

7.1 Noțiuni generale

Osiile sunt organe de maşini care susțin alte organe în rotație, în oscilație sau in repaus ale maşinilor, agregatelor sau vehiculelor, fără a transmite momente de răsucire, fiind astfel solicitate în principal la încovoiere.

Arborii sunt organe de maşini rotative în jurul axei lor geometrice care transmit momente de răsucire, respectiv puterea primită prin intermediul altor organe pe care le susțin sau cu care sunt asamblați (roți, biele, cuplaje). Prin această funcțiune principală a lor arborii sunt solicitați în special la răsucire, dar totodată şi la încovoiere.

Clasificarea osiilor şi arborilor se face după mai multe criterii, cum ar fi :

a) *după formă*:

- cu axa geometrică : dreaptă, cotită sau curbată;
- cu secțiunea : plină sau inelară;

b) *după condițiile de funcționare* (numai osiile) : fixe, rotative, oscilante;

c) *după modul de rezemare* : static determinați (cu două lagăre) sau static nedeterminați (cu mai mult de două lagăre);

d) *după solicitare* : încovoiere, răsucire sau încovoiere şi răsucire (numai arbori);

e) *după poziția în care lucrează* : orizontali, verticali, înclinați.

Osiile drepte reprezintă cazul general, cu utilizarea cea mai largă: vagoane, maşini si aparate de ridicat etc. Osiile curbate sunt un caz particular, întâlnit mai des la autovehicule.

Găurirea osiilor şi arborilor se utilizează pentru reducerea greutății lor, pentru circulația uleiului (la motoare) sau pentru trecerea unor alte

elemente (tije de comanda).

Osia fixă are rolul de susținere a unui alt organ în rotație, iar osia rotativă (osia vagonului) se învârteşte odată cu roata solidarizată cu ea.

Arborii drepți se folosesc la transmisiile mecanice (prin curele, roți dintațe etc.), la acționarea elicelor vapoarelor etc.

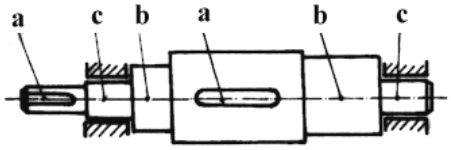


Fig.7.1

Zonele caracteristice ce se disting la osii si arbori (fig.7.1) sunt :

a) zona de calare (pe care se montează piesele ce se rotesc);

b) zona liberă;

c) fus (partea de sprijin pe lagăr).

Materiale si tehnologie

Pentru executarea osiilor si arborilor se utilizează oțeluri carbon şi oțeluri aliate şi anume: OL 50, OL 60 - pentru solicitări uşoare; OLC 35, OLC 45, OLC 50 - pentru solicitări medii; oțeluri aliate de îmbunătățire sau cementare - pentru solicitări importante.

Tehnologia de obținere a arborilor şi osiilor este diferită în funcție de importanța organului ce se asamblează. In general se execută din semifabricate laminate şi apoi strunjite. Cele mai importante sunt executate prin forjare din lingouri sau laminat, care apoi se strunjesc. Pentru a mări durabilitatea fusurilor, acestea se rectifică şi se tratează termic (călire superficială) sau termochimic (nitrurare, cianurare, cementare etc.).

7.2 Calculul osiilor

In calculul de rezistență al osiilor se iau în considerare numai momentele încovoietoare care le solicită, datorate sarcinilor exterioare.

Pentru utilizarea economică a materialului, osiile nu se recomandă a se executa cu secțiunea constantă pe toată lungimea lor (fig.7.2a), ci cu secțiunea variabilă (fig.7.2b), tinzând spre un solid de egală rezistență.

In cazul osiei din figura 7.2a recțiunile se calculează cu relațiile:

$$R_1 = \frac{F \cdot \lambda_2}{\lambda}; \qquad R_2 = \frac{F \cdot \lambda_1}{\lambda} \tag{7.1}$$

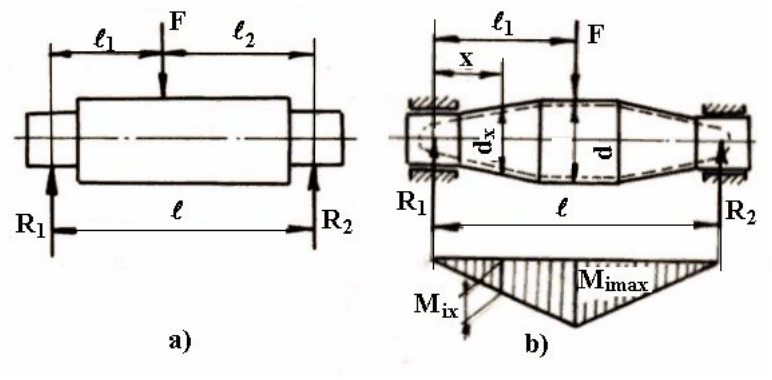


Fig.7.2

Notând cu d diametrul in zona momentului maxim şi cu M_{ix} momentul corespunzător diametrului d_x situat la distanta x de reazemul 1, se poate scrie :

$$M_{i\max} = R_1 \cdot \lambda_1 = W_z \cdot \sigma_{ai} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot \sigma_{ai};$$
$$M_{ix} = R_1 \cdot x = W_z(x) \cdot \sigma_{ai} = \frac{\pi \cdot d_x^3}{32} \cdot \sigma_{ai} \qquad (7.2)$$

de unde rezultă:

$$\frac{M_{i\max}}{M_{ix}} = \frac{R_1 \cdot \lambda_1}{R_1 \cdot x} = \frac{d^3}{d_x^3} \qquad (7.3)$$

Din această relație se poate determina expresia diametrului d_x, care defineşte forma solidului de egală rezistență ca fiind un paraboloid de revoluție de gradul trei:

$$d_x = d \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{l_1}} \qquad (7.4)$$

Realizarea unei asemenea forme este costisitoare şi nu permite rezemarea în lagăre sau aşezarea altor piese pe osie. Forma reală se obține prin porțiuni cilindrice şi tronconice, care îmbracă apropriat conturul teoretic.

Calculul osiilor este un calcul de verificare în secțiunea periculoasă, aplicând relația :

$$\sigma_i = \frac{M_{i\max}}{W_z} \le \sigma_{ai}$$

Osiile rotative sunt solicitate variabil după un ciclu alternativ simetric, de aceea se recomandă verificarea lor la oboseală prin calculul coeficientului de siguranță cu relația :

$$c_\sigma = \frac{1}{\frac{\beta_\sigma}{\varepsilon_\sigma \cdot \gamma} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}}} \ge c_a$$

unde termenii din relație au semnificațiile din &2.1.4.3 al vol.I.

7.3 Calculul şi verificarea arborilor drepți

Arborii drepți fiind solicitați la răsucire şi încovoiere, calculul lor cuprinde următoarele etape:

7.3.1 Predimensionarea

Se face din două condiții:

a) *condiția de rezistență la torsiune*

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} \le \tau_{at} . \qquad (7.5)$$

Momentul de inerție polar, W_p, pentru o secțiune circulară, are expresia:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} . \qquad (7.6)$$

Înlocuind relația (7.6) în (7.5) se obține:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi \cdot \tau_{at}}} \text{ [mm]}, \qquad (7.7)$$

unde:

M_t - momentul de torsiune, în Nmm;

$\tau_{at} = (15...25)MPa$ - tensiunea admisibilă la torsiune pentru oțel.

b) *din condiția de rezistență la deformații unghiulare*

Predimensionarea se face plecând de la relația:

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{G \cdot I_p} \leq \theta_a \tag{7.8}$$

unde:

λ - lungimea între reazeme;

$G = 0{,}85 \cdot 10^5$ MPa – modulul de elasticitate transversal, pentru oțel;

$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ - momentul de inerție polar;

θ_a - deformația unghiulară admisibilă.

Înlocuind în relația (7.8) se obține:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_t \cdot \lambda}{\pi \cdot G \cdot \theta_a}} \tag{7.9}$$

Se adoptă valoarea cea mai mare rezultată din relațiile (7.7) şi (7.9).

7.3.2 Dimensionarea din condiția de rezistență

Pentru dimensionare se parcurg următoarele etape :

1. Se face schema de încărcare (fig.7.3), considerând arborele ca o grindă simplu rezemată în lagăre şi acționată de sarcinile exterioare care se descompun în două plane perpendiculare (orizontal şi vertical);

2. Se calculează reacțiunile în cele două plane separat (R_{1V}; R_{2V}; R_{1H}; R_{2H});

3. Se determină momentele încovoietoare în punctele importante pentru fiecare plan şi se trasează diagramele de momente încovoietoare (M_{iV}; M_{iH});

4. Se calculează momentele încovoietoare rezultante în punctele importante prin însumarea geometrică a momentelor din cele două plane :

$$M_{irez} = \sqrt{M_{iH}^2 + M_{iV}^2} \tag{7.10}$$

5. Se trasează diagrama de momente de răsucire, M_t ;

6. Se calculează un moment încovoietor echivalent ținând seama de încovoiere şi torsiune, folosind ipoteza a III-a de rupere :

$$M_e = \sqrt{M_{irz}^2 + (\alpha M_t)^2} \tag{7.11}$$

unde α este un coeficient ce ține seama că momentul încovoietor variază după un ciclu alternant simetric, iar momentul de torsiune după un ciclu pulsator (cazul cel mai defavorabil) şi se determină cu relația:

$$\alpha = \frac{\sigma_{ai}(-1)}{\sigma_{ai}(0)}$$

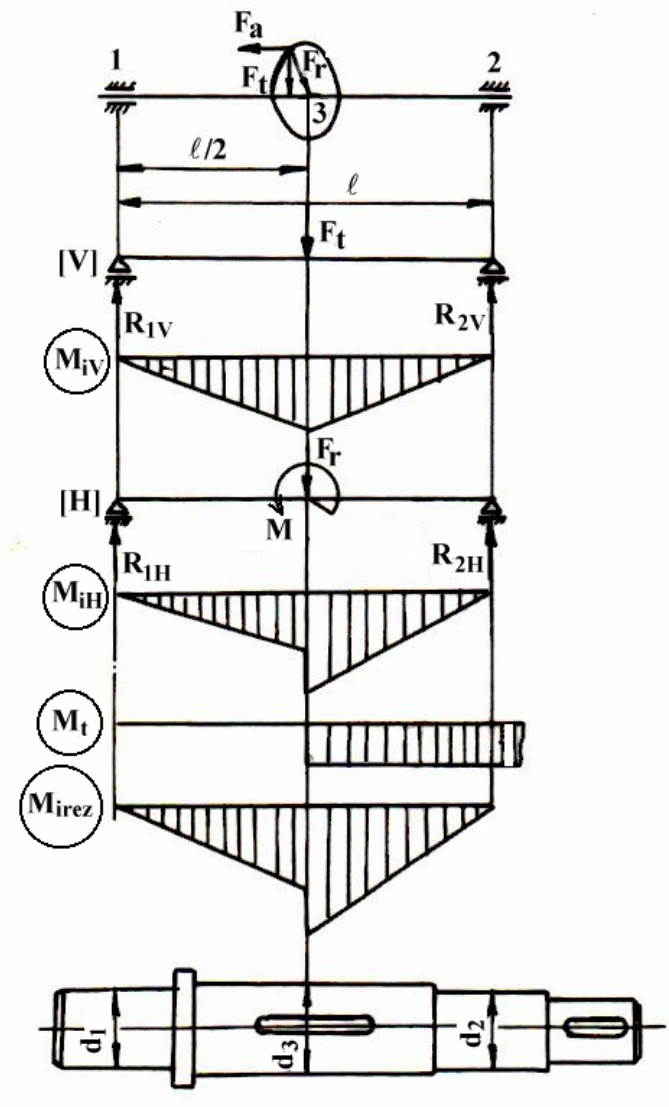


Fig.7.3

7. Se stabilesc diametrele in punctele importante cu relațiile :

- pentru cazul când $M_i \neq 0$ şi $M_t \neq 0$ (arborele este solicitat la încovoiere şi la răsucire, ex. punctul 3):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_e}{\pi\sigma_{ai}(-1)}}$$

- pentru cazul $M_i = 0$ şi $M_t \neq 0$ (pe aceste porțiuni arborele este solicitat numai la răsucire, punctele 1 şi 2):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16Mt}{\pi\sigma_a(0)}}$$

8. Proiectarea formei arborelui

In alegerea formei arborilor se va ține cont de respectarea prescripțiilor de montare a lagărelor şi a organelor de maşini ce transmit puterea mecanică. Forma arborelui se stabileşte pe baza diametrelor calculate după metodica prezentată.

7.3.3 Verificarea arborilor drepți

a) *la oboseală*

Se face în special în secțiunile unde apar concentratori de tensiune (canal de pană, salt de diametru etc.) şi constă în determinarea coeficientului de siguranță efectiv *c* şi compararea lui cu un coeficient de siguranță admis.

$$c = \frac{c_\sigma \cdot c_\tau}{\sqrt{c_\sigma^2 + c_\tau^2}} \geq c_a = 1{,}5...2{,}5 \qquad (7.12)$$

unde:

c_σ - coeficient de siguranță la oboseală prin încovoiere;

c_τ - coeficient de siguranță la oboseală prin torsiune.

Aceşti coeficienți se determină cu relațiile stabilite cu relația (2.12) din volumul I.

b) *la deformații*

Această verificare se face pentru două tipuri de deformații: de încovoiere (flexionale) produse de forțele transversale şi de răsucire (torsionale) produse de momentul de torsiune.

b_1) la *deformații flexionale* (fig.7.44) se calculează săgeata în cele două plane cu relațiile:

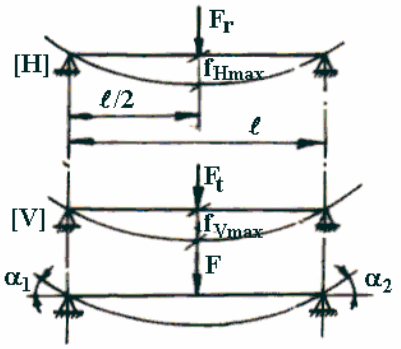


Fig.7.4

$$f_{H\max} = \frac{F_r \cdot \lambda^3}{48EI}; \qquad f_{V\max} = \frac{F_t \cdot \lambda^3}{48EI};$$

unde:

E=2,1.10^5 MPa (pentru oţel) – modulul de elasticitate longitudinal;

$I = \dfrac{\pi \cdot d^4}{64}$ - momentul de inerţie.

Săgeata într-un punct se calculează ca suma geometrică a săgeţilor din cele două plane:

$$f_{\max} = \sqrt{f_{H\max}^2 + f_{V\max}^2} \le f_a = 3.10^{-4}.\lambda \qquad (7.13)$$

Rotirile în lagăre se calculează cu relaţia:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{Fl^2}{16EI} \le \alpha_a \qquad (7.14)$$

unde : $\alpha_a = 8.10^{-3}\, rad$ - la rulmenţi radiali cu bile;

$\alpha_a = 1{,}7.10^{-3}$ rad - la rulmenţi radiali axiali cu role conice.

b$_2$) la *deformaţii torsionale* (*unghiulare*)

Aceste deformaţii se calculează în cazul când buna funcţionare a agregatului fixează limite în acest sens (ex. la arborii maşinilor de danturat). In cazul arborelui cilindric cu secţiune constantă deformaţia torsională θ, se calculează cu relaţia:

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{G \cdot I_p} \le \theta_a$$

unde termenii au aceleaşi semnificaţii ca în relaţia (7.8).

In cazul arborelui cilindric cu secţiune în trepte deformaţia torsională se calculează cu relaţia:

$$\theta = \frac{1}{G}\sum_{i=1}^{n} \frac{M_{ti} \cdot \lambda_i}{I_{pi}} \le \theta_a = 0{,}25\ ^0/\text{m} \qquad (7.15)$$

unde λ_i reprezintă lungimea tronsonului de rang i, iar I_{pi} este momentul de inerţie polar al tronsonului cu diametrul d_i.

c) *la vibrații*

Arborii sunt organe de maşini cu o oarecare elasticitate, cu masă proprie şi cu una sau mai multe mase concentrate montate pe ei, ceea ce constituie un sistem oscilant cu pulsație proprie.

Dacă acest sistem oscilant este supus unor sarcini perturbatoare periodice şi dacă pulsația sarcinii perturbatoare devine egală cu pulsația proprie a sistemului, apare fenomenul de rezonanță, când amplitudinile deformațiilor arborilor devin teoretic infinit de mari şi arborele se poate rupe. Ruperea datorită fenomenului de rezonanță se face brusc, fără a se putea interveni din exterior.

Turația corespunzătoare perioadei de rotație a arborelui la care aceasta intră în rezonanță se numeşte *turație critică*. Verificarea la vibrații se face prin calculul turației critice şi compararea ei cu turația de regim.

Arborii pot avea vibrații flexionale şi torsionale.

Se vor analiza numai *vibrațiile flexionale*. Acestea pot fi cauzate de erori de execuție şi de montaj a arborilor, erori de centrare a organelor montate pe arbori, deformații elastice, defecte de material etc.

Se consideră un arbore de masă neglijabilă solidar cu un disc de masă *m*, montat cu o excentricitate *e* (fig.7.5).

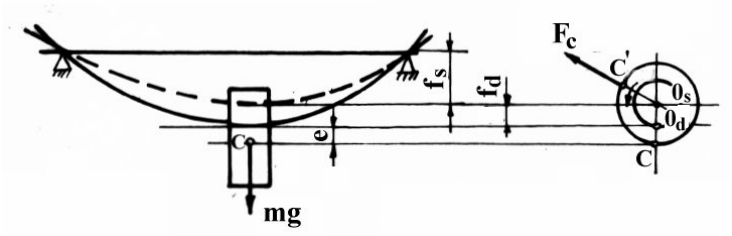


Fig.7.5

Sub acțiunea greutății discului, arborele capătă o săgeată statică f_s, axul arborelui ajungând în O_s.

$$mg = kf_s \tag{7.16}$$

unde k reprezintă rigiditatea arborelui.

Dacă se dă o mişcare de rotație arborelui, cu viteza unghiulară ω, ia naştere o forță centrifugă F_c care provoacă o săgeată dinamică f_d, axul arborelui ajungând în O_d.

$$F_c = m \cdot (f_d + e) \cdot \omega^2 . \tag{7.17}$$

Acestei forţe i se opun forţele elastice interne ale arborelui, care sunt proporţionale cu deformaţia lui:

$$F_e = k \cdot f_d .$$

În momentul echilibrării forţelor elastice şi centrifuge se poate scrie:

$$F_c = m \cdot (f_d + e) \cdot \omega^2 = k \cdot f_d ,$$

de unde:

$$f_d = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{k - m \cdot \omega^2} \tag{7.18}$$

La rupere, săgeata f_d devine infinit de mare, însă pentru aceasta trebuie să fie îndeplinită condiţia: $k - m\omega^2 = 0$

Rezultă:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_{cr} ; \qquad k = m \cdot \omega_{cr}^2 \tag{7.19}$$

Înlocuind în relaţia (7.18) şi împărţind prin $m\omega^2$ se obţine:

$$f_d = \frac{e}{\left(\frac{\omega_{cr}}{\omega}\right)^2 - 1} \tag{7.20}$$

Discuţia funcţiei (7.20) duce la următoarele concluzii (fig.7.6):

- pentru $\omega = 0 \rightarrow f_d = 0$;

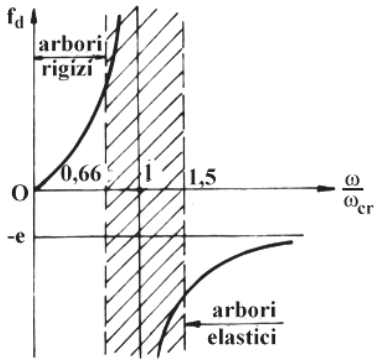


Fig.7.6

- pentru $\omega = \omega_{cr}, f_d \rightarrow \infty$, se produce rezonanţa ;

- pentru $\omega \rightarrow \infty, f_d = -e$, arborele are tendinţa de autocentrare ;

Din relaţiile (7.16) şi (7.19) rezultă:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg}{m \cdot f_s}} ;$$

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{g}{f_s}} \text{ şi } n_{cr} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{f_s}} .$$

(deoarece $\omega_{cr} = \frac{\pi \cdot n_{cr}}{30}$).

Dacă turația de funcționare a arborelui este inferioară turației critice, arborele este denumit rigid iar dacă este superioară celei critice, arborele este elastic. În practică, pentru o mai mare siguranță, se delimitează domeniul turațiilor astfel:

- pentru arbori rigizi, $n < 0{,}66 n_{cr}$;
- pentru arbori elastici, $n > (1{,}5...2) n_{cr}$.
- pentru $0{,}66 n_{cr} < n < (1{,}5...2) n_{cr}$, arborii pot intra în rezonanță.

Acest domeniu trebuie evitat.

7.4 Fusuri şi pivoți

7.4.1 Noțiuni generale

Fusurile sunt acele porțiuni ale arborilor sau osiilor care asigură rezemarea lor în lagăre. Între fus şi lagăr există o mişcare relativă de alunecare sau de rostogolire.

Clasificarea fusurilor se face după mai multe criterii şi anume.

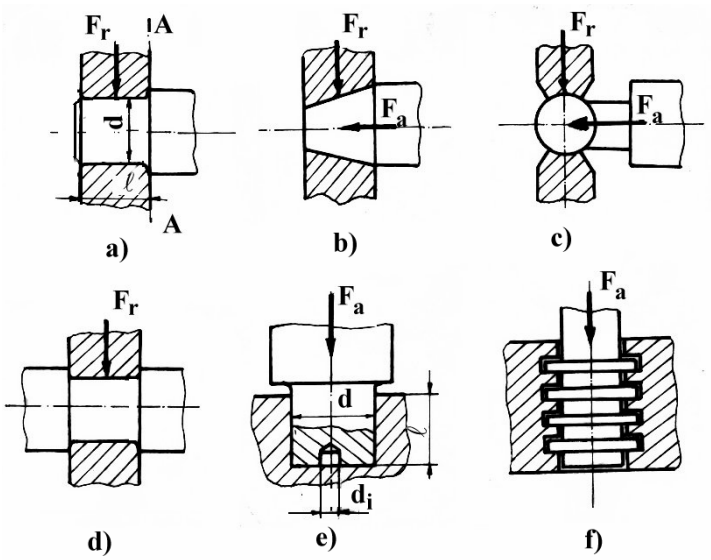


Fig.7.7

a) *după direcţia de preluare a forţelor*

- fusuri radiale (fig.7.7a);
- fusuri axiale (fig.7.7e);
- fusuri radial-axiale (fig.7.7b, c);

b) *după forma constructivă*:

- fusuri cilindrice (fig.7.7a, d, e);
- fusuri conice (fig.7.7b);
- fusuri sferice (fig.7.7c);
- fusuri inelare (fig.7.7f);

c) *după poziţia lor pe arbore*:

- fusuri de capăt (fig.7.7a, b, c, e);
- fusuri intermediare (fig.7.7d).

Fusurile, în general făcând corp comun cu arborii, sunt confecţionate din acelaşi material cu aceştia. Datorită specificului funcţional şi a solicitărilor caracteristice, fusurile se calculează la rezistentă, la presiune de contact şi la încălzire.

7.4.2 Fusuri radiale de capăt (fig.7.7a)

a) Calculul de rezistenţă:

Se consideră forţa care încarcă fusul, F_r, concentrată la mijlocul lui. Astfel în secţiunea *A-A* fusul este solicitat la încovoiere:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W_z} = \frac{F_r \cdot (\lambda/2)}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} \le \sigma_{ai} \qquad (7.21)$$

b) Calculul la presiune de contact.

Deoarece distribuţia presiunii între fus şi cuzinet este cosinusoidală:

$$p_{\max} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F_r}{d \cdot \lambda} \le p_a \,. \qquad (7.22)$$

Dacă se consideră că fusul este solicitat la limită, atât la încovoiere cât şi la presiune de contact, şi eliminând F_r din relaţiile (7.21) şi (7.22) rezultă:

$$k = \frac{\lambda}{d} \le \sqrt{\frac{\sigma_{ai}}{4 p_a}} \qquad (7.23)$$

unde k este constanta fusului. Se recomandă k = (0,3……1,8). Cunoscând valoarea lui k, din relația 7.21 se poate calcula diametrul fusului, d.

$$d \geq \sqrt{\frac{16F_r \cdot k}{\pi \cdot \sigma_{ai}}} \tag{7.24}$$

c)Verificarea la încălzire.

Frecarea dintre fus şi cuzinet în timpul funcționării, duce la încălzirea şi uzura lor. Verificarea la încălzire se face în ipoteza că întreaga putere pierdută prin frecare se transformă în căldură. Această putere raportată la unitatea de suprafață proiectată a fusului, este:

$$P_{fsp} = \frac{\mu \cdot F_r v}{d.\lambda} = \mu \cdot p_m \cdot v \tag{7.25}$$

unde: $v = \dfrac{\pi \cdot d_m}{60}$, iar presiunea medie: $p_m = \dfrac{F_r}{d\lambda}$.

Încălzirea fusului depinde deci de produsul $(p_m \cdot v)$.

Verificarea la încălzire constă în a verifica inegalitatea:

$$(p_m \cdot v) \leq (p_m \cdot v)_a \tag{7.26}$$

unde $(p_m \cdot v)_a$ este dat în funcție de felul maşinii.

7.4.3 Fusuri axiale (pivoți)

a) Calculul la presiune de contact:

În ipoteza că presiunea se repartizează uniform între fus şi cuzinet (fig.7.7c), ea are expresia:

$$p = \frac{4F_a}{\pi \cdot \left(d^2 - d_i^{\,2}\right)} \leq p_a \tag{7.27}$$

În realitate însă, aceasta este valabil în primele ore de funcționare, după care uzura suprafeței de contact este aproximativ constantă (uzura este proporțională cu produsul $p \cdot \rho$).

În această ipoteză $p \cdot \rho = ct$

Se consideră un element de supraf;.ață, dA, situat la distanța ρ şi de grosime $d\rho$ (fig.7.8).

Forţa axială elementară, dF_a, este dată de relaţia:

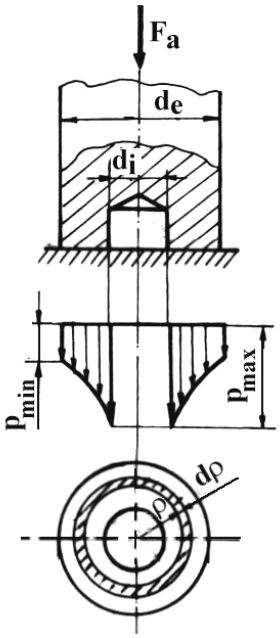


Fig.7.8

$$\mathrm{d}F_a = p \cdot \mathrm{d}A$$

dar $\mathrm{d}A = 2\pi\rho \cdot \mathrm{d}\rho$

şi rezultă: $\mathrm{d}F_a = 2\pi p\rho \cdot \mathrm{d}\rho$

de unde prin integrare se obţine expresia forţei axiale.

$$F_a = \int_{\frac{d_i}{2}}^{\frac{d_e}{2}} 2\pi p\rho \cdot \mathrm{d}\rho = 2\pi p\rho \cdot \left(\frac{d_e}{2} - \frac{d_i}{2}\right) \qquad (7.28)$$

$$p\rho = \frac{F_a}{\pi(d_e - d_i)} = ct \qquad (7.29)$$

deci presiunea variază după o hiperbolă echilaterală. Când $\rho = 0$ (cazul pivotului plin) $p \to \infty$, deci materialul din centrul pivotului se striveşte. Acest neajuns este atenuat prin adoptarea pivoţilor inelari.

- pentru $\rho = d_i / 2$;

$$p_{\max} = \frac{2F_a}{\pi \cdot (d_e - d_i)d_i} \le p_a \qquad (7.30)$$

- pentru $\rho = d_e / 2$;

$$p_{\min} = \frac{2F_a}{\pi(d_e - d_i)d_e} \qquad (7.31)$$

Calculul şi verificarea presiunii de contact se face cu relaţia 7.30.

b) Verificarea la încălzire

Se face cu inegalitatea:

$$(p_m \cdot\cdot v_m) \le (p_m \cdot\cdot v_m)_a \qquad (7.32)$$

unde:

$$v_m = \frac{\pi \cdot (d_e + d_i) \cdot n}{2 \cdot 60}; \quad \text{şi} \qquad p_m = \frac{p_{\min} + p_{\max}}{2};$$

iar produsul $(p_m v_m)_a$ este indicat în funcţie de tipul maşinii.

Capitolul 8
LAGĂRE

Lagărele sunt organe de maşină care preiau forţele radiale şi axiale ale unui arbore, căruia îi permit mişcări de rotaţie sau de oscilaţie în jurul axei sale.

În funcţie de felul frecării, lagărele pot fi:

- lagăre cu alunecare;
- lagăre cu rostogolire (rulmenţi).

Dintre cele două tipuri de lagăre mai răspândite (circa 90%) sunt cele cu rulmenţi, deoarece întreţinerea lor este mai simplă şi fiind standardizaţi pot fi uşor înlocuiţi. Sunt însă situaţii când rulmenţii nu pot înlocui lagărele cu alunecare şi anume:

- la turaţii foarte înalte (din cauza durabilităţii mici a rulmenţilor);
- la portanţe mari;
- când există şocuri şi vibraţii;
- la arbori cotiţi dintr-o bucată, unde nu se pot monta rulmenţi,
- în medii agresive pentru rulmenţi;
- când sunt necesare dimensiuni radiale mai mici;
- unde sunt restricţii de zgomot;

8.1 Lagăre cu alunecare

8.1.1 Clasificare şi elemente constructive

Clasificarea lagărelor cu alunecare se face în funcţie de:

a) *direcţia forţei ce acţionează în lagăre*:

- lagăre radiale, la care forţa este perpendiculară pe axa lagărului (fig.8.1a şi 8.2);
- lagăre axiale, la care forţa este pe direcţia axei lagărului, numite şi crapodine (fig.8.1b şi 8.3);

- lagăre combinate (axial-radiale, fig.8.1c).

b) *după regimul de frecare*:

- lagăre cu frecare uscată şi limită;
- lagăre cu frecare mixtă;
- lagăre cu frecare fluidă;
- lagăre hidrodinamice şi gazodinamice;
- lagăre hidrostatice şi gazostatice ;
- lagăre cu ungere hibridă;

c) *după forma suprafeței de frecare*:

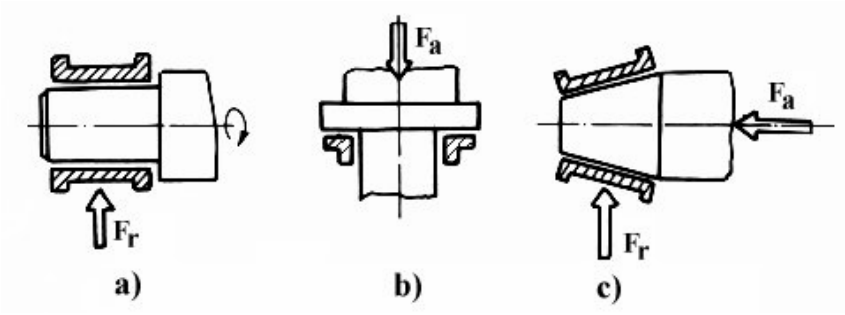


Fig. 8.1

- lagăre cilindrice (fig.8.1a);
- lagăre plane (fig.8.1b);
- lagăre conice (fig.8.1c);
- lagăre sferice

d) *după poziția pe osie sau arbore*:

- lagăre de capăt (fig.8.1a);
- lagăre intermediare.

e) *după modul de rezemare*:

- lagăre cu rezemare rigidă;
- lagăre cu rezemare elastică.

f) *după felul mişcării* :

- lagăre cu mişcare de rotație completă;
- lagăre cu mişcare oscilantă;
- lagăre cu mişcare de translație alternantă.

Formele constructive ale lagărelor sunt foarte diverse depinzând de locul unde se utilizează. Ele variază de la simple bucşe la lagăre de

construcție complexă.

Cuzineții sunt elementul principal al lagărului , ei având rolul de a prelua sarcina de la fus şi de a o transmite postamentului. Ei pot fi executați dintr-o bucată sau din două bucăți.

Materialele din care se confecționează cuzineții trebuie să îndeplinească o serie de condiții, printre care: să asigure un coeficient de frecare minim, să disipeze uşor căldura, să fie rezistente la uzură şi coroziune, să asigure aderența lubrifiantului etc.

Condiția principală fiind asigurarea unui coeficient minim de frecare, pentru cuzineți se folosesc materiale antifricțiune. Materialele antifricțiune mai des utilizate sunt bronzurile cu plumb, staniu, zinc şi aluminiu, fonta antifricțiune, lemnul stratificat, iar în mecanică fină: safirul, rubinul, mase plastice (termoplaste, fluoroplaste, poliamide).

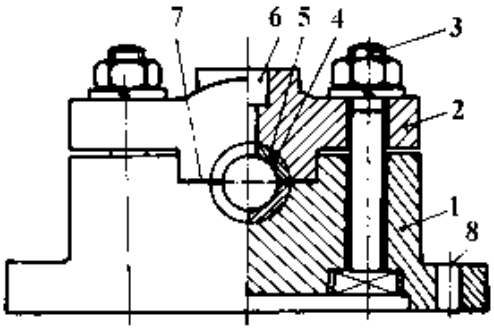


Fig.8.2 Lagăr radial
1 – corp; 2 – capac; 3 – şuruburi de fixare; 4 – cuzinet; 5 – material antifricțiune; 6 – locaş pentru ungător; 7 – adaosuri; 8 – locaş pentru şuruburile de fixare

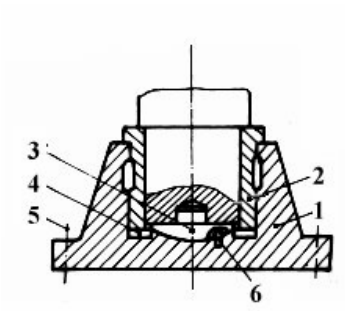


Fig. 8.3 Lagăr axial
1 – corp; 2 – cuzinet radial; 3 – cuzinet axial; 4 – spațiu colectat ulei; 5 – şuruburi de fixare; 6 - ştift

Pentru a micşora consumul de materiale antifricțiune, cuzinetul se poate executa căptuşit numai cu un strat subțire din acest material, restul fiind material obişnuit (fontă, oțel).

La unele lagăre există prevăzute accesorii ce servesc la reglarea jocului din lagăre după uzură (fig.8.2, poz.7). Cele mai simple accesorii de acest tip sunt nişte adaosuri sub formă de lamele ce se montează inițial între semicuzineți sau o pană şi o contrapană ce pot fi reglate din exterior prin şuruburi.

Lagăre specifice mecanicii fine:

- lagăre pentru vârfuri (fig.8.4): au suprafețe de contact sferice, dar raza vârfului are valori foarte mici (0,03...0,5) mm, mult mai mici decât raza cuzinetului (1...2) mm, iar contactul dintre cele două elemente este teoretic punctiform. Se utilizează la sprijinirea aparatelor de precizie unde se cer momente de frecare foarte mici, pentru a fi reduse erorile de indicație.

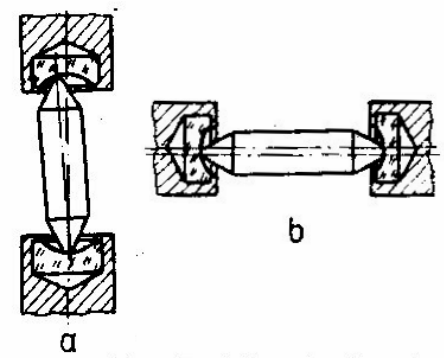


Fig.8.4

- lagăre pentru cuțite (fig.8.5): sunt alcătuite din fusul *A* în formă

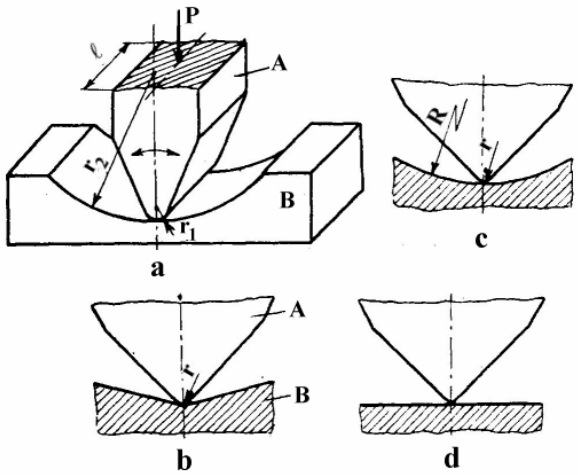


Fig.8.5

prismatică şi din cuzinetul *B* care are o suprafață prismatică (fig.8.4b), sferică (fig.8.5c) sau plană (fig.8.5d). Lagărele pentru cuțite sunt deschise, fiind necesară o forță de apăsare *P* pentru menținerea contactului. Ele se folosesc în construcția contoarelor, la aparatele de măsură de mare precizie, la releele electromagnetice ş.a.

Calculul acestor lagăre se face la tensiune de contact cu ajutorul relației lui Hertz $\sigma_{H\max} \le \sigma_{aH}$.

8.1.2 Metode şi sisteme de ungere

Sistemul de ungere al unui lagăr cu alunecare trebuie să țină seama de condițiile de funcționare a lagărului.

Se întâlnesc:

- *sisteme de ungere cu unsoare consistentă*. Din această categorie fac parte: ungătoarele cu bilă, ungătoarele cu pâlnie, ungătoarele cu piston, sisteme automate de ungere centrală ş.a.

Folosirea unsorii consistente este indicată la maşini ce lucrează în aer liber sau în medii cu praf şi acolo unde cantitatea necesară de lubrifiant este redusă.

- *sisteme de ungere cu ulei*. Mai des întâlnite sunt ungerea: cu inel, prin barbotaj, prin picurare, prin gravitație, prin capilaritate, în ceață cu ulei ş.a

- *metode semiautomate*, ce lucrează fără presiune de lubrifiant sau cu presiune redusă. Sistemele moderne de lubrificație asigură dozarea precisă a cantității de lubrifiant prin ungerea în circuit închis – metode automate.

Dacă formarea stratului continuu de lubrifiant între fus şi cuzinet este asigurată prin introducerea fluidului cu o presiune capabilă să desprindă fusul de cuzinet, avem **ungere hidrostatică**.

Dacă prin rotirea fusului în lagăr în prezența lubrifiantului adus fără presiune se formează o peliculă portantă între fus şi cuzinet, avem **ungere hidrodinamică**. Pentru asigurarea ungerii hidrodinamice se impune îndeplinirea a patru condiții.

- existența unui joc de mărime dată între fus şi lagăr care să asigure o curgere laminară şi formarea penei de ulei

- fusul să aibă o viteză suficient de mare pentru a putea antrena uleiul de ungere, asigurându-se astfel ungerea fluidă;

- existența în lagăr a unei cantități suficiente de lubrifiant;

- asperitățile fusului şi lagărului să nu vină în contact în timpul funcționării, distanța minimă între vârfurile asperităților să fie:

$$h_{\min} > h_1 + h_2$$

unde h_1 şi h_2 reprezintă înălțimea asperităților fusului şi respectiv lagărului.

În afară de reducerea frecării, ungerea mai serveşte la răcirea lagărelor, la eliminarea produselor de uzură şi la etanşare.

Clasificarea, simbolizarea şi indicaţii privind folosirea uleiurilor şi unsorilor sunt date în catalogul PECO.

Calculul lagărelor de alunecare se poate face în mod convenţional, alegând dimensiunile lagărului în funcţie de cele ale fusului - pentru lagăre simple - sau stabilind jocul dintre fus şi cuzinet pe baza teoriei hidrodinamice a ungerii - pentru lagăre importante.

8.2 Lagăre cu rostogolire (rulmenţi)

8.2.1 Noţiuni generale

La aceste lagăre fusul nu mai vine în contact direct cu partea fixă a lagărului, între cele două părţi interpunându-se corpuri de rostogolire care transformă frecarea de alunecare în frecare de rostogolire.

Avantajele rulmenţilor în raport cu lagărele cu alunecare sunt :

- frecare mai mică la pornire şi oprire ;
- consum mai mic de lubrifiant;
- întreţinere mai simplă;
- joc radial mai mic, centrare mai precisă a axei;
- gabarit axial mai redus;
- fiind standardizaţi se înlocuiesc uşor;
- nu necesită perioadă de rodaj.

Dezavantajele rulmenţilor sunt :

- gabarit radial mai mare ;
- sunt mai puţin silenţioşi;
- suprasarcinile provocă micşorarea rapidă a durabilităţii;
- sensibili la impurităţi mecanice;
- nu se pot monta ca lagăre intermediare;
- execuţia şi montajul rulmenţilor se face cu toleranţe mici;
- suprafeţele de rulare trebuie să fie oglindă;
- capacitatea de amortizare este mai redusă.

În construcţia de maşini rulmenţii se întâlnesc într-o gamă foarte variată. Un rulment se compune în general din următoarele elemente (fig.8.6) : căile de rulare formate din inelul exterior *1* şi cel interior *2* , corpurile de rulare *3* şi colivia *4* care are rolul de a menţine la distanţă egală

corpurile de rulare. Sunt rulmenți la care pot lipsi unele din elemente ca inelul exterior, interior sau colivia.

Clasificarea rulmenților se face după mai multe criterii şi anume:

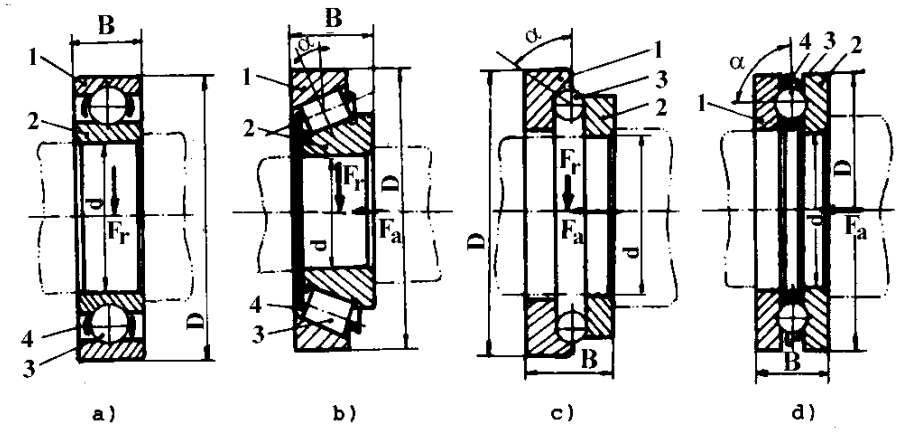


Fig. 8.6

a) *după direcția sarcinii principale*:

- rulmenți radiali : $\alpha = 0^0$ (fig.8.6a);
- rulmenți radiali-axiali : $0^0 < \alpha < 45^0$ (fig.8.6b);
- rulmenți axiali-radiali : $45^0 < \alpha < 90^0$ (fig.8.6c);
- rulmenți axiali : $\alpha = 90^0$ (fig.8.6d).

b) *după forma corpurilor de rulare*

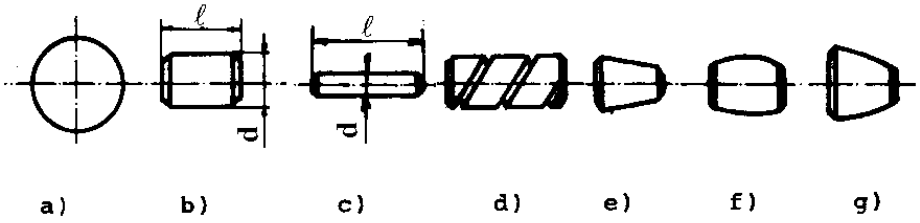


Fig. 8.7

- cu bile, fig.8.7a;
- cu role:
  - cilindrice :
    - scurte $(\lambda \le 2{,}5d)$, fig.8.7b;
    - lungi $(\lambda > 2{,}5d)$, fig.8.7b;

- ace $(d < 5mm, \lambda > 2{,}5d)$, fig.8.7c;
- înfăşurate, fig.8.7d;
- conice, fig.8.7e;
- butoi simetrice (fig.8.7f) sau nesimetrice (fig.8.7g).

c) *după numărul rândurilor corpurilor de rulare* deosebim rulmenţi cu unul ,două sau patru rânduri.

d) *după posibilitatea autoreglări*i : cu autoreglare (oscilanţi) şi fără autoreglare ;

e) *după destinaţie*: de uz general şi speciali.

8.2.2 Simbolizarea rulmenţilor

Simbolizarea rulmenţilor are drept scop notarea codificată a lor, astfel încât un rulment de orice construcţie să poată fi identificat pe baza simbolului său.

Simbolul unui rulment cuprinde două părţi distincte: simbolul de bază şi simbolurile suplimentare.

Simbolul de bază cuprinde :

a) *Simbolul tipului de rulment* (radiali cu bile , radiali-axiali cu role conice etc.) este format dintr-o cifră sau din una său mai multe litere ;

Exemplu : 6- rulment radial cu bile pe un rând; 3- rulment radial-axial cu role conice; NU- rulment radial cu role cilindrice.

b) *Simbolul seriei de dimensiuni* (fig.8.8) cuprinde două cifre : prima

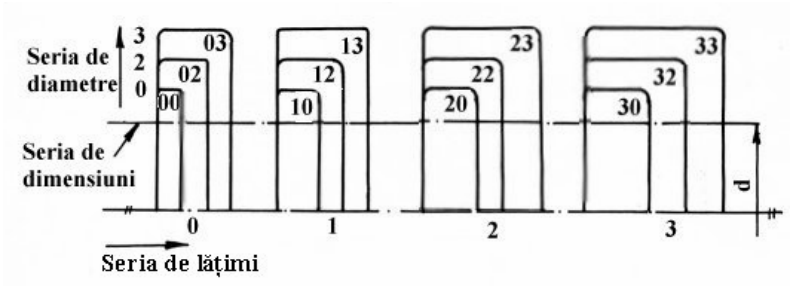


Fig. 8.8

se referă la seria de lăţimi, iar a doua se referă la seria diametrelor . La rulmenţi axiali, în loc de seria de lăţimi se consideră o serie de înălţimi.

Exemplu : rulmentul 30306 are diametrul exterior *d* mai mare decât

rulmentul 30206 şi lăţimea *b* mai mică decât rulmentul 32306.

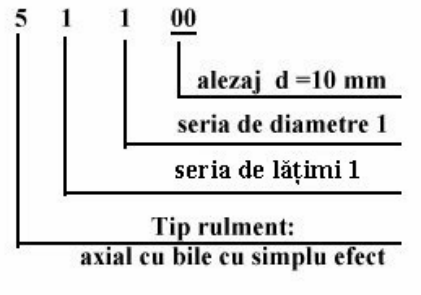
c) *Simbolul alezajelor* constituie, în general, ultimele cifre ale simbolului de bază. Pentru diametre ale alezajelor cuprinse între 0,6 şi 9 mm simbolul alezajului cuprinde chiar valoarea alezajului; dacă simbolul alezajului este format din mai mult de două cifre, sau dacă alezajul este o fracţie zecimală, simbolul alezajului se separă întotdeauna de simbolul seriei printr-o linie oblică. Pentru alezajele cu diametrul interior cuprins între 10 şi 17 mm simbolurile sunt :

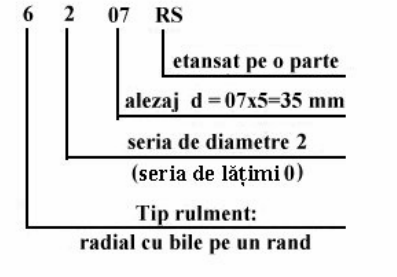
Tabelul 8.1

Diametrul alezajului, *d* mm	10	12	15	17
Simbolul alezajului	00	01	01	03

Simbolul alezajelor cu diametrul de la 20 la 480 m se exprimă printr-un număr egal cu 1/5 din valoarea diametrului; dacă acest număr este format dintr-o singură cifră formarea simbolului se face punând un 0 în faţa cifrei. (exemplu : rulmentul 6208 are $d = 08 \cdot 5 = 40mm$). Pentru diametre ale alezajelor mai mari de 500 mm, simbolul alezajului este reprezentat chiar de valoarea diametrului, separat de simbolul seriei printr-o linie oblică.

Simbolurile suplimentare (cifre şi litere) se referă la particularităţile constructive ale elementelor rulmentului, la modul de etanşare a lui, la precizia de execuţie etc. Aceste simboluri pot apărea sub formă de prefixe sau, mai adesea, de sufixe. Exemplu de formare a simbolului la rulmenţi.





Materiale şi tehnologie

La un rulment elementele cele mai solicitate sunt inelele şi corpurile de rulare. Materialele din care se construiesc aceste elemente trebuie să prezinte o mare rezistenţă mecanică, o duritate şi tenacitate ridicată şi o

mare rezistență la uzură. Se prevede utilizarea a două mărci de oțeluri pentru rulmenți : RUL 1 (pentru inele şi corpuri de rulare mici) şi RUL 2 (pentru inele mari), care sunt oțeluri cu crom.

Inelele cu $d > 20$ mm se execută prin forjare, strunjire şi rectificare, iar cele cu $d < 20$ mm numai prin strujire şi rectificare. După prelucrare se supun tratamentului de călire.

Coliviile se execută în majoritatea cazurilor din tablă de oțel prin ştanțare. Ele pot fi executate şi prin turnare din bronz, alamă sau mase plastice.

8.2.3 Repartizarea sarcinilor în rulmenți

Forța exterioară preluată de rulment se transmite de la un inel la celălalt prin intermediul corpurilor de rulare. Determinarea repartiției forțelor asupra corpurilor de rulare este o problemă static nedeterminată, deoarece întotdeauna sunt încărcate mai mult de două corpuri. În cele ce urmează se determină modul de repartizare a sarcinii la rulmenți radiali cu bile pe un rând, încărcați cu o sarcină radială F_r (fig.8.9). Se admit următoarele ipoteze simplificatoare:

- nu există joc între corpurile de rulare şi inel;
- corpurile de rulare sunt identice din punct de vedere dimensional şi calitativ;
- carcasa şi inelele nu se deformează sub acțiunea sarcinii.

La preluarea sarcinii exterioare F_r participă numai corpurile de rulare care se găsesc în limitele unui arc de cerc de cel mult 180^0. Cel mai încărcat corp de rulare este cel a cărui axă se găseşte în planul forței F_r. Corpurile de rulare care sunt amplasate simetric în raport cu acest plan se încarcă la fel.

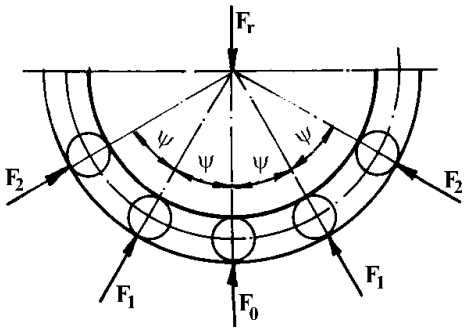


Fig. 8.9

Sub acțiunea forței F_r inelul interior se deplasează față

de cel exterior cu cantitatea δ_0 care reprezintă deformația bilei centrale exterioare.

Celelalte bile, decalate între ele cu unghiul ψ, de valoare $\psi = 360^0 / z$ (z reprezintă numărul bilelor) vor avea deformațiile: $\delta_1, \delta_2 ... \delta_i$.

Aceste deformații sunt cu atât mai mari cu cât bila este mai depărtată de planul forței F_r. Se poate scrie:

$$\delta_i = \delta_0 \cdot \cos i\psi \tag{8.1}$$

În cazul contactului punctiform, conform teoriei lui Hertz, se poate scrie.

$$F_i / F_0 = \left(\delta_i / \delta_0\right)^{3/2} \tag{8.2}$$

sau

$$F_i = F_0 \cos^{3/2} i\psi \tag{8.3}$$

Din condiția echilibrului inelului interior, încărcat cu forța radială F_r, rezultă:

$$F_r = F_0 + 2F_1 \cos\psi + 2F_2 \cos 2\psi + ... + 2F_n \cos n\psi \tag{8.4}$$

Înlocuind (8.3) în (8.4) se obține valoarea forței maxime care încarcă corpurile de rulare.

$$F_0 = \frac{F_r}{1 + 2\sum_{i=1}^{n} \cos^{5/2} i\psi} \tag{8.5}$$

Dacă se ține seama de existența jocului radial din rulment, valoarea forței F_0 va fi:

- pentru rulmenți cu bile : $F_0 = 5F_r / z$
- pentru rulmenți cu role : $F_0 = 4{,}6F_r / z$
- pentru rulmenți axiali: $F_0 = F_a / 0{,}8z$

8.2.4 Alegerea rulmenților

Deoarece construirea rulmenților se face în fabrici specializate, dimensionarea lor interesează mai puțin pe beneficiar. Important este ca să se ştie cum trebuie ales un rulment din toate tipurile standardizate astfel

încât să funcţioneze în bune condiţii.

Pentru alegarea rulmenţilor standardizaţi se folosesc două căi adoptate de ISO şi preluate de STAS şi anume:

1) *calculul la durabilitate*, bazat pe capacitatea de încărcare dinamică;

2) *calculul la deformaţii plastice*, bazat pe capacitatea de încărcare statică.

1) *Calculul la durabilitate* pleacă de la definiţia durabilităţii unui rulment. *Prin durabilitate* se înţelege durata de funcţionare exprimată în milioane de rotaţii la care un rulment rezistă până la apariţia ciupiturilor.

Deoarece rulmenţii nu pot fi executaţi perfect identici, durabilitatea diferă de la un rulment la altul în cadrul aceluiaşi lot încercat. Din acest motiv se defineşte *durabilitatea de bază* (L_{10}) ca reprezentând durata de funcţionare exprimată în milioane de rotaţii atinsă de cel puţin 90% din rulmenţii unui lot încercat.

Capacitatea dinamică de bază a rulmenţilor reprezintă sarcina pur radială (pentru rulmenţi radiali) sau pur axială (pentru rulmenţi axiali) la care fiind încercat un lot de rulmenţi identici, acesta atinge durabilitatea de bază egală cu un milion de rotaţii. Indiferent de tipul rulmenţilor, durabilitatea acestora se calculează cu relaţia (numită şi ecuaţia de catalog):

$$L_{10} = (C / P)^p \tag{8.6}$$

în care:

C - capacitatea dinamică de bază;

P - sarcina dinamică echivalentă ;

p =3 pentru rulmenţi cu bile şi p=10/3 pentru rulmenţi cu role.

Forţa pe rulment a fost considerată constantă ca mărime şi direcţie, pur radială sau pur axială. În realitate forţele ce acţionează asupra rulmentului sunt de cele mai multe ori variabile şi combinate.

Pentru a folosi ecuaţia de catalog se introduce noţiunea de sarcină dinamică echivalentă P care se calculează cu relaţia:

$$P = XVF_r + YF_a \tag{8.7}$$

în care F_r şi F_a sunt sarcinile radială şi respectiv axială; iar X şi Y

coeficienții sarcinii radiale şi respectiv axiale dați în cataloagele de rulmenți (în funcție de raportul F_a/F_r), iar V este factor cinematic care depinde de inelul care se roteşte (V=1, dacă inelul interior este rotitor, iar cel exterior fix; V=1,2 dacă se roteşte inelul exterior).

Calculul sarcinii dinamice echivalente depinde de tipul rulmentului astfel:

a) Pentru *rulmenți radiali*, deoarece lipseşte sarcina axială relația devine:

$$P = XVF_r \tag{8.8}$$

Forțele radiale din rulmenți se calculează cu relația:

$$F_{r1(2)} = \sqrt{R^2_{H1(2)} + R^2_{V1(2)}} \tag{8.9}$$

unde $R_{H1(2)}$ şi $R_{V1(2)}$ reprezintă reacțiunile din lagăre în plan orizontal H, respectiv vertical V.

b) *Rulmenții radiali-axiali cu bile sau cu role conice* se pot monta pe arbore în două moduri şi anume: în "X" (fig.8.10) sau în "O" (fig.8.11).

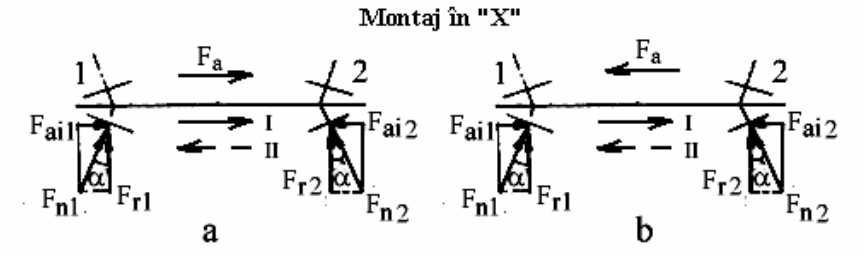


Fig.8.10

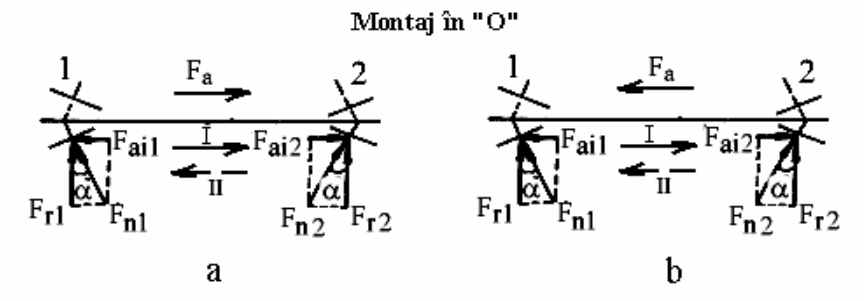


Fig.8.11

Schema din fig.8.10 – la care fixarea axială se realizează la ambele

capete – se recomandă pentru arborii scurți, cu deformații termice neglijabile, deformațiile de încovoiere – în anumite limite – fiind admise. La acest montaj distanța dintre punctele de aplicație a recțiunilor este mai mică decât distanța dintre centrele corpurilor de rostogolire ale rulmenților.

Schema din figura 8.11 se recomandă pentru arborii scurți şi rigizi, permițând dilatarea arborelui. Montajul se caracterizează printr-o distanță mai mare între punctele de aplicație a recțiunilor decât distanța dintre centrele corpurilor de rostogolire ale rulmenților. Acest montaj se recomandă în cazul unor restricții de gabarit axial.

La rulmenții radiali-axiali pe lângă forțele radiale ia naştere şi o forță axială interioară (chiar dacă asupra rulmentului nu se exercită o forță axială exterioară). Această forță axială se datorează apăsării oblice a corpurilor de rulare asupra inelelor şi ea tinde să îndepărteze corpurile de rulare de căile de rulare. Ea este echilibrată prin montarea pereche a rulmenților radial-axiali.

Forțele axiale interne, provenite din descompunerea forței normale la căile de rulare (fig.8.10 şi 8.11) în direcția axei rulmentului, se vor determina în calculul preliminar cu relația (8.10), adoptând α=15°.

$$F_{a\,i\,1(2)} = (1{,}21...1{,}26)\, F_{r1(2)}\, tan\alpha \qquad (8.10)$$

In relația (8.10) se adoptă valoarea 1,21 pentru rulmenți cu bile şi 1,26 pentru rulmenți cu role.

Se consideră un arbore pe care sunt montați doi rulmenți radiali-axiali (fig.8.10) şi asupra căruia acționează o forță axială exterioară F_a şi forțele radiale, calculate cu relația (8.9), precum şi cele axiale interne, calculate cu relația (8.10). Se face sumă de forțe în plan orizontal şi se vede sensul rezultantei (I sau II).

Montaj în "X"

- *sensul forței* F_a *de la stânga la dreapta* (fig.8.10a).

- sensul rezultantei :

$$F_{ai1} + F_a > F_{ai2} \quad \Rightarrow F_{a2} = F_{ai1} + F_a \; ; \quad F_{a1} = F_{ai1} \qquad (8.11)$$

- sensul rezultantei :II

$$F_{ai1} + F_a < F_{a\,i2} \quad \Rightarrow F_{a1} = F_{a\,i2} - F_{a\,a} \; ; \quad F_{a2} = F_{a\,i2} \qquad (8.12)$$

- *sensul forței* F_a *de la dreapta la stânga* (fig.8.10b)

- sensul rezultantei: I

$$F_{ai1} > F_{ai2} + F_a \quad \Rightarrow F_{a2} = F_{ai1} - F_a \; ; \qquad F_{a1} = F_{ai1} \tag{8.13}$$

- sensul rezultantei :II

$$F_{ai2} + F_a < F_{a\,i1} \quad \Rightarrow F_{a1} = F_{a\,i2} + F_a \; ; \qquad F_{a2} = F_{a\,i2} \tag{8.14}$$

Montaj în "O"

- *sensul forței* F_a *de la stânga la dreapta* (fig.8.11a).

- sensul rezultantei :I

$$F_{ai1} + F_a > F_{ai2} \quad \Rightarrow F_{a1} = F_{ai2} + F_a \; ; \qquad F_{a2} = F_{ai2} \tag{8.15}$$

- sensul rezultantei :II

$$F_{ai1} + F_a < F_{a\,i2} \quad \Rightarrow F_{a2} = F_{a\,i1} - F_a \; ; \qquad F_{a1} = F_{a\,i1} \tag{8.16}$$

- *sensul forței* F_a *de la dreapta la stânga* (fig.8.11b).

- sensul rezultantei: I

$$F_{ai1} > F_{ai2} + F_a \quad \Rightarrow F_{a1} = F_{ai2} - F_a \; ; \qquad F_{a2} = F_{ai2} \tag{8.17}$$

- sensul rezultantei :II

$$F_{ai2} + F_a < F_{a\,i1} \quad \Rightarrow F_{a2} = F_{a\,i1} + F_a \; ; \qquad F_{a1} = F_{a\,i1} \tag{8.18}$$

unde F_a este forța axială exterioară ce încarcă arborele.

In funcție de diametrul fusului *d* şi de tipul de rulment ales, din tabele se va adopta o serie de rulmenți şi corespunzător ei se vor nota: capacitatea dinamică de încărcare *C*, capacitatea statică C_o, *e*, *X* şi *Y* (corespunzător coloanei $\frac{F_a}{F_r} > e$).

Cunoscând forțele axiale calculate anterior se determină raportul $F_{a1(2)} / F_{r1(2)}$ şi se compară cu valoarea lui *e* aleasă din tabele. Dacă $\frac{F_{a1(2)}}{F_{r1(2)}} > e$ rămân valorile alese pentru *X* şi *Y*. Dacă $\frac{F_{a1(2)}}{F_{r1(2)}} \le e$ se aleg din tabele alte valori pentru *X* şi *Y*.

Metoda de calcul pentru alegerea rulmenților folosind durabilitatea,

se poate face în două variante.

a) În funcție de caracterul sarcinii, cerințele constructive ale reazemului, condițiile de exploatare şi de montaj se alege tipul de rulment, iar din cataloage dimensiunile lui. Se calculează sarcina dinamică echivalentă P, cu relația (8.7), iar apoi se determină durabilitatea rulmentului L_{10}, cu relația (8.6). Durabilitatea exprimată în ore L_h se calculează cu relația:

$$L_h = \frac{10^6 \cdot L_{10}}{60n} \quad \text{[ore]} \tag{8.19}$$

unde n reprezintă turația rulmentului în rot/min.

Această durabilitate trebuie să fie cuprinsă în limitele admisibile recomandate pentru utilajul respectiv.

b) În funcție de destinația utilajului se stabileşte durata de funcționarea în ore L_h şi se calculează din relația (8.19) durabilitatea de bază L_{10}, exprimată în milioane de rotații. Se calculează sarcina dinamică echivalentă P cu relația (8.7) iar apoi se determină capacitatea dinamică de încărcare cu relația:

$$C_{calculat} = P \cdot \sqrt[p]{L_{10}} \tag{8.20}$$

În funcție de diametrul fusului din cataloage se aleg dimensiunile rulmentului, astfel încât:

$$C_{catalog} \geq C_{calculat} \tag{8.21}$$

2) *Calculul la deformații plastice*, bazat pe capacitatea de încărcare statică se face pentru rulmenții ficşi sau cu turația $n \leq 10$ rot/min. În acest caz, după alegerea tipului şi a dimensiunilor rulmentului, se calculează capacitatea statică de bază C_0 cu relația:

$$C_0 = f_s \cdot P_0 \tag{8.22}$$

unde: f_s - factor de siguranță statică;

P_0 – sarcina statică echivalentă, determinată cu relația:

$$P_o = X_0 F_r + Y_0 \cdot F_a \tag{8.23}$$

unde F_r este componenta radială a sarcinii statice; F_a componenta axială a sarcinii statice; X_0 - factorul radial al rulmentului şi Y_0 factorul axial al

rulmentului (se dau în cataloage).

În funcție de diametrul fusului din cataloage se aleg dimensiunile rulmentului astfel încât : $C_{0cata\log} \geq C_{0calculat}$

8.2.5 Montajul şi întreținerea rulmenților

La proiectarea unui montaj cu rulmenți trebuie rezolvate, în afara alegerii şi verificării rulmenților, şi o serie de alte probleme, cum ar fi: fixarea inelelor rulmenților, reglarea jocului în rulmenții radiali-axiali, ungerea şi etanşarea lagărelor, alegerea ajustajelor de montaj şi a toleranțelor pentru fusul arborelui şi alezajul carcasei.

Fixarea inelelor rulmenților.

Fixarea inelelor rulmenților se va face în funcție de felul rulmentului (fix sau liber) şi de tipul acestuia. Rulmentul va fi fix în lagărul cu încărcarea mai mare şi liber în lagărul cu încărcarea mai mică.

Fixarea axială a rulmenților ficşi se realizează atât față de arbore cât şi față de carcasă. Pentru realizarea fixării axiale a rulmenților există un număr mare de soluții în funcție de tipul rulmentului, mărimea solicitării care trebuie preluată, de natura reglajului, într-un cuvânt de soluția constructivă cea mai adecvată pentru realizarea funcționării corecte a ansamblului.

Se menționează că fixarea unui inel se realiza numai printr-un ajustaj cu strângere, în măsura în care nu se transmite nici o sarcină axială prin rulmentul respectiv. În general sunt folosite fixările si reglajele axiale. În fig. 8.12 se dau exemple schematice de fixări axiale pentru rulmenți ficşi, iar în fig. 8.13 pentru rulmenți liberi. Sistemul cel mai răspândit de fixare axială se realizează cu capace, piulițe şi plăcuțe cu şuruburi (fig.8.14). În cazul unor solicitări axiale mai mici se pot realiza fixări axiale cu inele de siguranță.(fig.8.15)

Modul de fixare axială a inelelor depinde de mărimea sarcinii axiale care acționează în lagăr şi de tipul inelului fixat (interior sau exterior).

Fixarea axială a inelului interior, într-un sens, se realizează cu ajutorul unui umăr de sprijin executat pe arbore sau cu o bucşă distanțier montată între inelul interior al rulmentului şi o altă piesă montată pe arbore In partea opusă, fixarea axială se poate realiza (dacă este necesară) cu o piuliță canelată sau cu

plăcuță de fixare şi şurub. Inelele exterioare se fixează axial, într-un sens, cu ajutorul capacelor de închidere sau cu inele filetate, montate în carcasă sau în capacul de închidere.

In sens opus, fixarea axială se poate realiza cu ajutorul unui umăr de sprijin executat în carcasă sau în paharul rulmentului (fig.8.14).

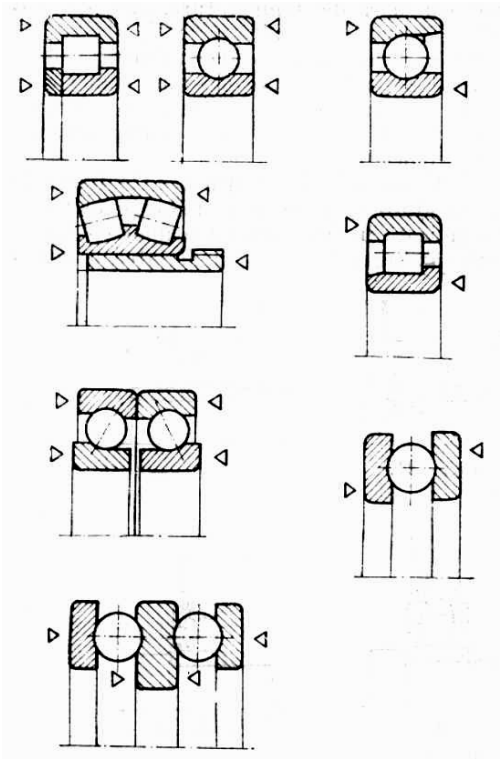


Fig.8.12

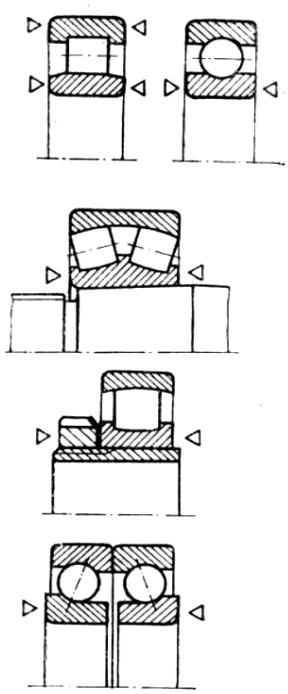


Fig.8.13

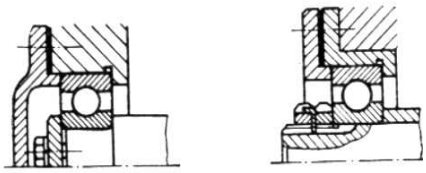


Fig.8.14

In absența sarcinilor axiale, pentru fixarea axială a inelului unui rulment este suficient ajustajul cu strângere dintre inelul respectiv şi piesa conjugată (fusul arborelui sau alezajul carcasei).

Ca urmare a înălțimii mici pe care o au inelele de siguranță şi a razei de racordare exterioare a inelelor rulmenților, se impune montarea unor inele intermediare între rulment şi inelul de siguranță.

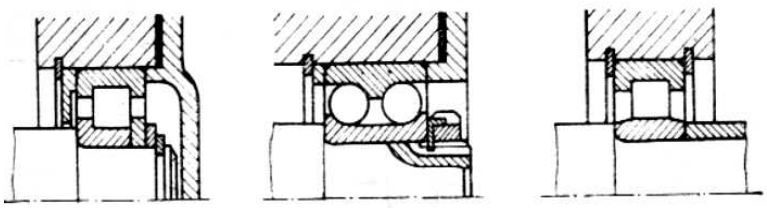


Fig.8.15

Reglarea jocului.

In rulmenţii radiali-axiali şi axiali reglarea jocului se realizează la montaj, valorile jocului alegându-se în funcţie de schema de montare a rulmenţilor şi de dilataţiile termice ale arborelui.

Această reglare se face prin deplasarea axială a unuia din inelele rulmentului. La montajul în *X* reglarea jocului în rulmenţi se face prin deplasarea inelului exterior (fig.8.16) iar la montajul în *O* reglarea jocului se face prin deplasarea inelului interior (fig.8.17).

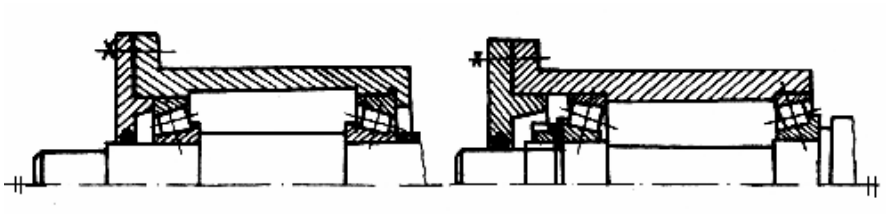


Fig.8.16 Fig.8.17

La arborii lungi, care din cauza încălzirii se pot dilata, se va avea în vedere ca unul dintre rulmenţi să fie montat fix, fără posibilitatea deplasării axiale (rulment conducător) iar celălalt, cu o distanţă de 1-2 mm până la capac, cu posibilitatea deplasării axiale (rulment condus), evitându-se astfel blocarea

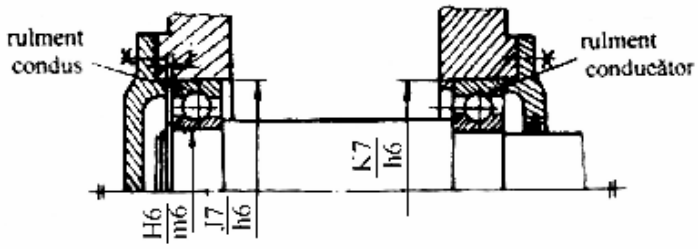


Fig. 8.18

rulmenţilor (fig.8.18).

In cazul unor forţe axiale neglijabile şi pentru viteze periferice mici şi mijlocii, fixarea axială se poate face prin simplu ajustaj cu strângere sau cu inel de siguranţă (fig.8.18). La viteze şi forţe axiale mari se impune o fixare mai rezistentă cu placă de fixare sau cu piuliţă şi inel de siguranţă (fig.8.17).

Ungerea lagărelor cu rulmenţi

Ungerea se efectuează în scopul micşorării frecării dintre elementele componente ale rulmentului, pentru asigurarea protecţiei anticorosive, precum şi pentru micşorarea zgomotului produs de rulment în timpul funcţionării.

Ungerea cu ulei mineral (K40; K65; I70) se recomandă pentru lagărele care funcţionează într-un spaţiu în care se foloseşte ulei pentru ungerea altor organe în mişcare (reductoare, cutii de viteză etc.); lagărele arborilor cu turaţie mare; lagărele la care este necesar un control continuu al ungerii. In cazul reductoarelor ungerea se realizează prin stropire.

Ungerea cu unsoare consistentă (RUL 100; RUL 145; RUL 165) se aplică în condiţii normale de funcţionare. Se aplică la rulmenţii care sunt montaţi în locuri unde nu există ulei pentru ungerea altor organe de maşini sau în cazul în care uleiul nu ajunge prin stropire la unii rulmenţi.

Capitolul 9
CUPLAJE

9.1 Noțiuni generale

Cuplajele sunt organe de maşini care realizează legătura şi transferul de energie mecanică între două elemente consecutive ale unui lanț cinematic, fără ai modifica legea de mişcare.

Funcțiile cuplajelor sunt:

- transmit mişcarea şi momentul de torsiune;
- comandă mişcarea (cuplajele intermitente);
- compensează erorile de execuție şi montaj (cuplaje compensatoare);
- amortizează şocurile şi vibrațiile (cuplaje elastice);
- limitează unii parametri funcționali (cuplaje automate limitatoare de sens, turație, moment de torsiune).

Clasificarea cuplajelor.

In funcție de modul în care se realizează legătura între elementele consecutive ale lanțului cinematic, cuplajele pot fi:

a) *Permanente* (propriu-zise) – dacă realizează o legătură permanentă, cuplarea şi decuplarea putându-se face numai în stare de repaus. Cuplajele permanente se împart în:

1. *fixe* (rigide):
   - cu manşon;
   - cu flanşe ;
   - cu dinți frontali;
   - cu role.
2. *mobile*:
   - *cu elemente intermediare rigide de compensare*
     - axială - cuplajul cu gheare;
     - radială - cuplajul cu disc intermediar (Oldham);

- unghiulară - cuplajul cardanic;
- universal - cuplajul dințat.

- *cu elemente intermediare elastice*:
  - metalice:
    - cu arcuri – bară;
    - cu arcuri elicoidale;
    - cu arcuri lamelare axiale;
    - cu arc şerpuit (BIBBY);
    - cu disc;
  - nemetalice:
    - cu bolțuri şi bucşe ;
    - cu gheare;
    - cu bandaj de cauciuc;
    - cu bolțuri şi disc (HARDY).

b) *Intermitente* (*ambreiaje*) – dacă cuplarea şi decuplarea se face atât în timpul repausului cât şi în timpul mişcării. Ambreiajele se împart în:

1. comandate:
   - după natura comenzii:
     - mecanică ;
     - hidraulică;
     - pneumatică;
     - electromagnetică.
   - după construcție:
     - rigide;
     - de fricțiune: plane, conice;
     - electrodinamice.
2. automate:
   - de siguranță (limitatoare de moment);
   - centrifugale (limitatoare de turație);
   - direcționale (limitatoare de sens).

Dacă momentul de torsiune pe care trebuie să-l transmită un cuplaj este M_t, datorită şocurilor care apar la pornirea maşinii, calculul cuplajului se face cu momentul de calcul M_{tc} :

$$M_{tc} = c_s \cdot M_t \tag{9.1}$$

unde c_s este factor de siguranță (supraunitar).

Alegerea cuplajelor standardizate se face pe baza momentului M_{tc} sau pe baza diametrului arborilor ce urmează a fi cuplați şi apoi se verifică conform solicitărilor.

9.2 Cuplaje permanente

9.2.1 Cuplaje permanente fixe

9.2.1.1 *Cuplajul cu manşon*

Cuplajul cu manşon (fig.9.1) se execută în două variante:

- dintr-o bucată, pentru $d \le 120mm$ (fig.9.1). La acesta mişcarea se transmite de la arborele conducător 1, la arborele condus 2 prin intermediul manşonului 3 şi a penelor paralele 4;

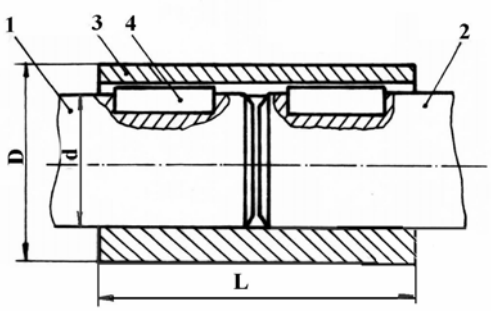


Fig.9.1

- din două bucăți, pentru $d \le 200mm$.

Condiția ce se impune, pentru dimensionarea manşonului este ca el să reziste la acelaşi moment de torsiune la care rezistă arborele:

$$M_{tc} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot \tau_{aa} = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right) \cdot \tau_{am} \tag{9.2}$$

unde τ_{aa}, τ_{am} reprezintă rezistența admisibilă la torsiune a arborelui, respectiv a manşonului.

Din relația (9.2) rezultă *d* şi *D* iar lungimea manşonului *L* se adoptă în funcție de lungimea penelor.

Cuplajul cu manşon din două bucăți se obține prin secționarea longitudinală a manşonului şi prinderea celor două bucăți cu ajutorul unor şuruburi. Are dezavantajul unei echilibrări dificile şi nu se recomandă la turații mari.

9.2.1.2 *Cuplajul cu flanşe*

Se execută în două variante:

a) *Cu şuruburi păsuite* (fig.9.2).

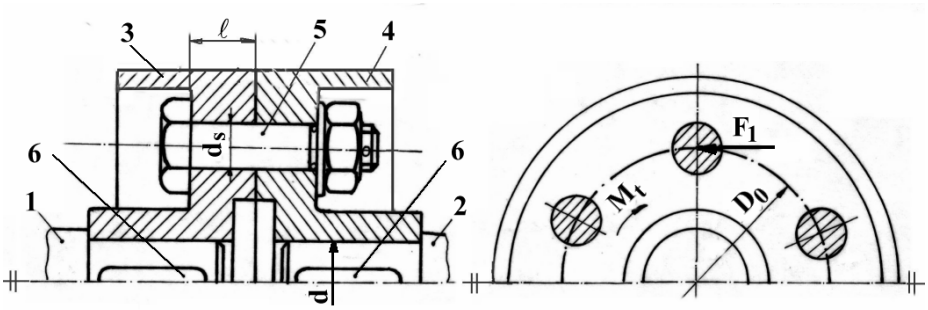


Fig.9.2

Cuplajele cu flanşe sunt formate din două semicuple *3* şi *4* prevăzute cu flanşe, care se montează pe capetele arborilor de asamblat *1* şi *2* şi care sunt strânse cu ajutorul şuruburilor păsuite *5*. Semicuplajele sunt montate cu pene paralele *6* pe capetele arborilor cuplați.

In acest caz, momentul M_{tc} se transmite prin rezistența la forfecare a şuruburilor.

$$M_{tc} = F_1 \cdot z \cdot \frac{D_0}{2} \cdot \theta \tag{9.3}$$

unde:

F_1 – forța ce încarcă un şurub;

z – numărul de şuruburi pe cuplaj;

θ - factor de neuniformitate a încărcării şuruburilor (subunitar);

Tensiunea la forfecare va fi:

$$\tau_f = \frac{F_1}{\frac{\pi \cdot d_s^2}{4}} \le \tau_{af} \tag{9.4}$$

Din relațiile (9.3) şi (9.4) rezultă:

$$F_1 = \frac{2M_{tc}}{z \cdot D_0 \cdot \theta} \le \frac{\pi \cdot d_s^{\,2}}{4} \cdot \tau_{af} \tag{9.5}$$

Pentru dimensionare se determină diametrul şuruburilor cu relația:

$$d_s \geq \sqrt{\frac{8 \cdot M_{tc}}{\pi \cdot D_0 \cdot z \cdot \theta \cdot \tau_{af}}} \tag{9.6}$$

b) *Cu şuruburi nepăsuite* (*cu joc*) .

In acest caz, momentul de torsiune se transmite prin frecarea dintre discuri. Prin strângerea şuruburilor se realizează pe suprafaţa de contact a flanşelor o forţă normală $z \cdot F_0$ care, la apariţia momentului de torsiune, generează un moment capabil să transmită încărcarea :

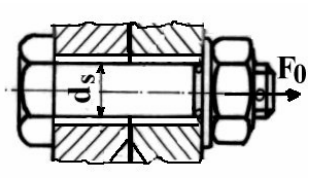


Fig.9.3

$$M_{tc} = \mu \cdot F_0 \cdot z \cdot \frac{D_0}{2} \cdot \theta \tag{9.7}$$

Forţa de prestrângere necesară într-un şurub se determină cu relaţia:

$$F_0 = \frac{2M_{tc}}{\mu \cdot z \cdot \theta \cdot D_0} \tag{9.8}$$

Şurubul este solicitat la tracţiune de forţa F_0:

$$\sigma_t = \frac{4F_0}{\pi \cdot d_s^2} \leq \sigma_{at} \tag{9.9}$$

Pentru dimensionare se determină din această relaţie diametrul şuruburilor:

$$d_s \geq \sqrt{\frac{4F_0 \cdot \beta}{\pi \cdot \sigma_{at}}} \tag{9.9}$$

unde β=1,3 factor ce ţine seama de solicitarea şurubului la răsucire când se strânge piuliţa.

9.2.2 Cuplaje permanente mobile cu elemente intermediare rigide

Acest tip de cuplaje asigură transmiterea mişcării de rotaţie între arbori a căror coaxialitate nu poate fi respectată, atât datorită condiţiilor iniţiale de montaj, cât şi datorită modificărilor poziţiei relative a arborilor în

timpul funcționării.

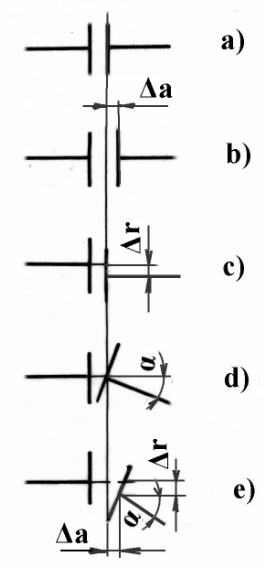


Fig.9.4

Față de poziția de referință (fig.9.4a) abaterile arborilor pot fi:

a) abatere axială Δa (fig.9.4b) - cuplaj cu gheare;

b) abatere radială Δr (fig.9.4c) - cuplaj cu disc intermediar (Oldham);

c) abatere unghiulară α (fig.9.4d) - cuplaj cardanic;

d) abateri axiale, radiale şi unghiulare (fig.9.4e) - cuplaj dințat;

9.2.2.1 *Cuplajul cu gheare* (fig.9.5) permite unele mici deplasări axiale ale arborilor ce se cuplează. Se foloseşte pentru arbori ale căror diametre sunt cuprinse între 25 – 250 mm; se compune din două semicuple , montate fiecare, una pe arborele conducător, alta pe cel condus, prevăzute cu 2 până la 4 gheare uniform decalate. Ghearele unei semicuple intră în golurile celeilalte.

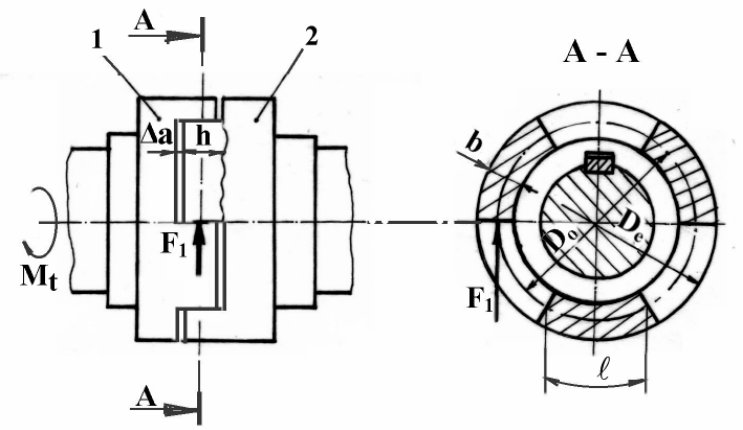


Fig.9.5

La transmiterea momentului M_t, asupra unei gheare acționează forța:

$$F_1 = \frac{2M_{tc}}{D_0 \cdot z \cdot \theta} \qquad (9.10)$$

unde z reprezintă numărul de gheare.

Forța F_1 solicită gheara la :

- încovoiere şi forfecare (în secțiunea de încastrare a ei în manşon):

$$\sigma_i = \frac{F_1 \cdot (h + \Delta a) \cdot 6}{2 \cdot b \cdot \lambda^2}; \quad \tau_f = \frac{F_1}{b \cdot \lambda} \tag{9.11}$$

unde:

$$\lambda = \frac{\pi \cdot D_0}{2z}$$

Tensiunea echivalentă se determină cu relația:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_i^2 + 3\tau_f^2} \le \sigma_{ai} \tag{9.12}$$

unde $\sigma_{ai} = 25...30\,\text{MPa}$, pentru oțel.

- presiune de contact:

$$p = \frac{F}{b \cdot (h - \Delta a)} \le p_a \tag{9.13}$$

unde $p_{ai} = 20...25\,\text{MPa}$, pentru oțel.

9.2.2.2 *Cuplajul cu disc intermediar* (*Oldham*)

Acest cuplaj permite transmiterea mişcării dintre arbori montați paralel dar decalați în sens radial cu Δr.

Cele două semicuple *1* şi 3 fixate pe capetele arborilor (fig.9.6) sunt prevăzute pe fețele frontale cu canale dreptunghiulare, decalate cu 90^o. Intre ele este montat discul 2 care are pe ambele fețe, cu un decalaj de 90^0, câte o nervură ce pătrunde în cele două canale.

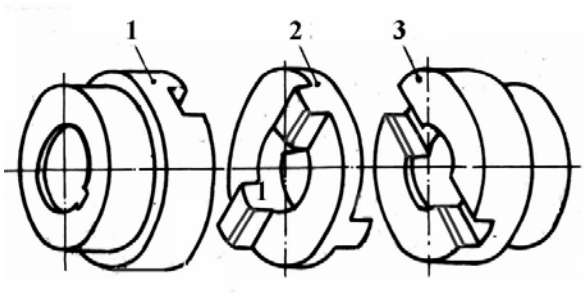


Fig.9.6

Transmiterea mişcării de la un arbore dezaxat cu Δr față de celălalt este însoțită de alunecarea discului intermediar pe cele două semicuple. Centrul discului execută o mişcare de rotație pe un cerc cu diametrul egal cu dezaxarea arborilor Δr, cu o viteză unghiulară egală cu dublul vitezei unghiulare a arborilor cuplați.

Datorită dublării turației discului intermediar, acest cuplaj nu se

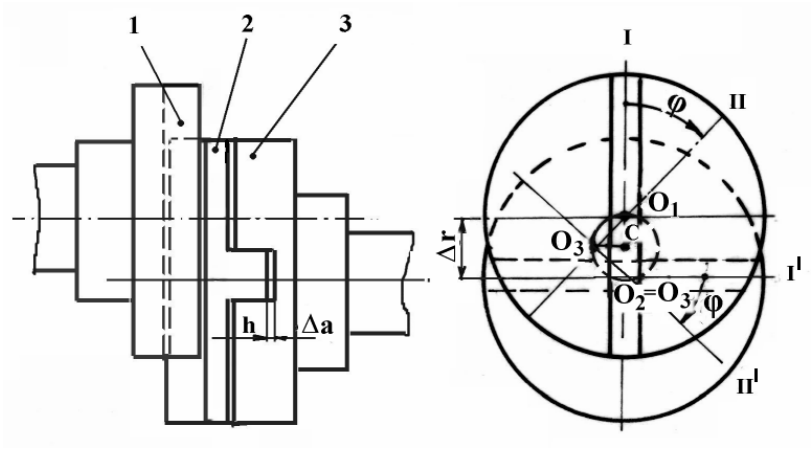


Fig.9.7

O_1 – centrul discului semicuplei 1; O_2 – centrul discului semicuplei 2; O_3 – centrul discului semicuplei 3; I şi I' - poziția nervurilor în momentul inițial; II şi II' - poziția nervurilor după o rotație cu unghiul φ a arborelui conducător.

foloseşte la turații mari deoarece apar forțe de inerție considerabile: $F_C = 2m \cdot \Delta r \cdot \omega_1^2$ (m –masa discului intermediar).

Calculul de rezistență a acestui cuplaj se face ținând seama de repartizarea presiunii pe suprafața de contact a nervurii (fig.9.8). Lungimea de contact minimă, între nervura discului intermediar şi nervura semicuplei, va fi:

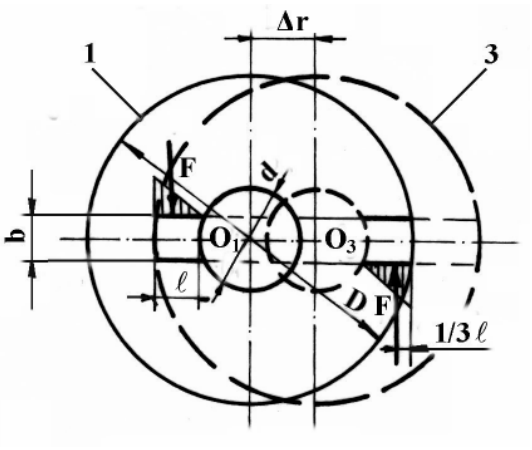


Fig.9.8

$$\lambda = \frac{D-d}{2} - \Delta r\,.$$

Momentul de torsiune se transmite prin forțele F ce acționează asupra nervurii:

$$M_{tc} = F \cdot (D - \Delta r - \frac{2}{3}\lambda) \qquad (9.14)$$

$$F = \frac{M_{tc}}{D - \Delta r - \frac{2}{3}\lambda} \tag{9.15}$$

Forța F solicită nervura la:

- încovoiere şi forfecare;

$$\sigma_i = \frac{F \cdot (h + \Delta a) \cdot 6}{2\lambda \cdot b^2};\ \tau_f = \frac{F}{b \cdot \lambda} \tag{9.16}$$

Tensiunea echivalentă se determină cu relația:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_i^2 + 3\tau_f^2} \le \sigma_{ai}$$

- presiune pe suprafața de contact:

$$p_{\max} = \frac{2F}{\lambda \cdot (h - \Delta a)} \le p_{as} \tag{9.17}$$

9.2.2.3 *Cuplajul cardanic* permite transmiterea momentului de torsiune între doi arbori ale căror axe se intersectează sub un unghi α ce poate varia în timpul funcționării – cuplajul cardanic simplu (fig.9.9a şi b) sau la transmiterea mişcării între doi arbori paraleli dezaxați a căror dezaxare variază în timpul funcționării – cuplajul cardanic dublu (fig.9.10). Cuplajul cardanic simplu se compune din arborele conducător *1*, arborele condus *2*, furcile cardanice *3*, *5* şi crucea cardanică *4* .

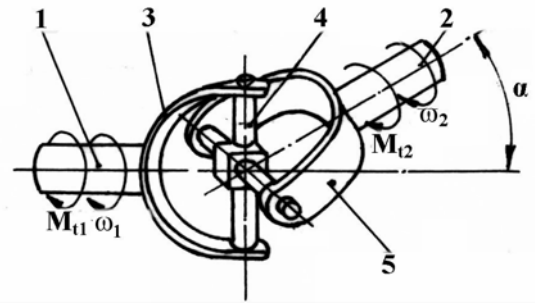


Fig.9.9a

Dacă primul arbore se roteşte cu unghiul φ_1, al II-lea arbore se va roti cu unghiul φ_2, astfel ca:

$$\tan\varphi_1 = \tan\varphi_2 \cdot \cos\alpha \tag{9.18}$$

Pentru obținerea vitezei unghiulare ω_2 a arborelui 2 în funcție de a arborelui 1, ω_1, se derivează relația (9.18) în funcție de timp şi se obține:

$$\omega_1 \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} = \omega_2 \frac{1}{\cos^2 \varphi_2} \cdot \cos\alpha;$$

(deoarece: $\frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1$ şi $\frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$);

rezultă:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos\alpha} \tag{9.19}$$

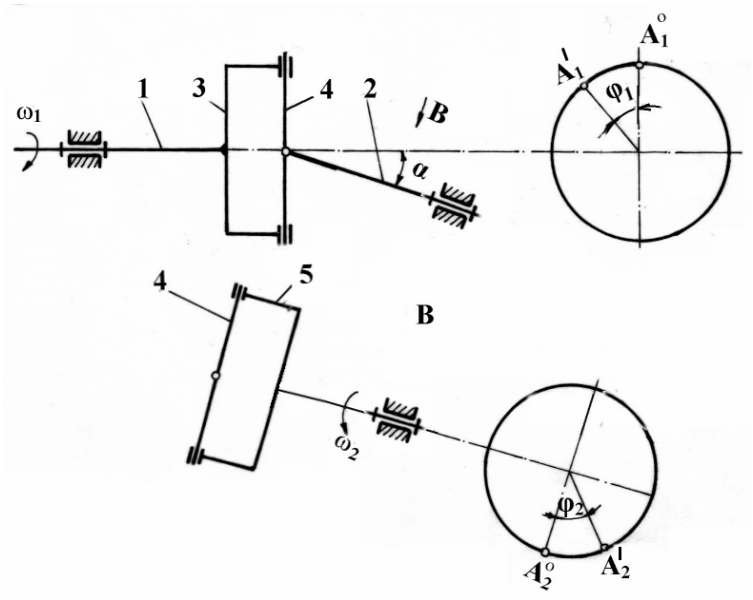


Fig.9.9b

Dacă în relația (9.19) se înlocuieşte $\cos^2 \varphi_2$ cu:

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{1}{1+\tan^2 \varphi_2} = \frac{1}{1+\frac{\tan^2 \varphi_1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \tan^2 \varphi_1}$$

se obține:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos\alpha}{\cos^2 \varphi_1 \cdot (\cos^2 \alpha + \tan^2 \varphi_1)} = \frac{\omega_1 \cdot \cos\alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_1} \tag{9.20}$$

Rezultă că la o viteză unghiulară constantă a arborelui conducător (ω_1= ct.), la arborele condus se obține o viteză unghiulară variabilă în

funcție de unghiul φ_1 (s-a presupus $\alpha = \text{ct.}$):

- pentru $\varphi_1 = 0$ rezultă $\omega_{2\max} = \dfrac{\omega_1}{\cos\alpha}$;

- pentru $\varphi_1 = 90^0$ rezultă $\omega_{2\min} = \omega_1 \cdot \cos\alpha$;

Gradul de neuniformitate al mişcării va fi:

$$\delta = \frac{\omega_{2\max} - \omega_{2\min}}{\omega_1} = \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha};$$

Pentru a nu avea variații importante ale vitezei unghiulare ω_2, unghiul α de obicei este mai mic de $10 - 20^0$ sau se recurge la legarea a două cuplaje cardanice simple şi formarea cuplajului cardanic dublu (fig.9.10). In acest caz $\omega_1 = \omega_2$ dacă $\alpha_1 = \alpha_2$.

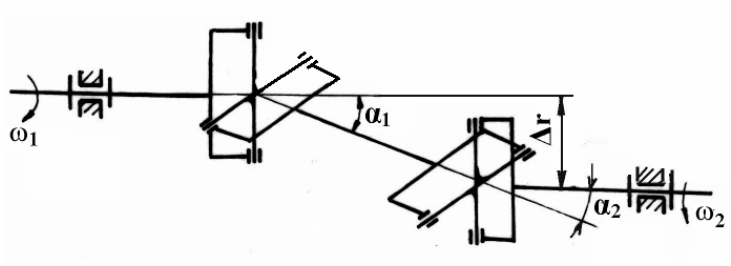


Fig.9.10

Cuplajul cardanic dublu se întâlneşte, spre exemplu, la cuplarea motorului electric cu cilindrul de laminor prin bara de cuplare (fig.9.11).

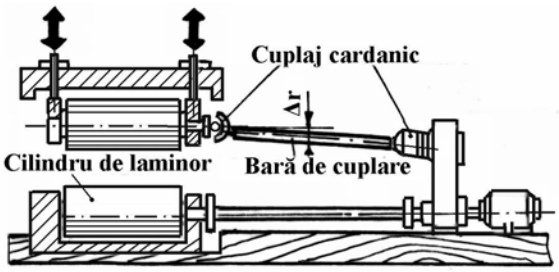


Fig.911

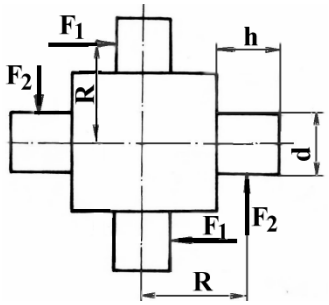


Fig.9.12

Calculul de rezistență constă în verificarea la presiune de contact şi la încovoiere a fusurilor crucii cardanice. Fusurile care leagă crucea (fig.9.12) de arborele conducător, vor fi solicitate de forța F_1 iar cele care leagă crucea de arborele condus, de forța F_2 variabilă:

$$F_1 = \frac{M_{tc1}}{2R}; \qquad F_2 = \frac{M_{tc2}}{2R} = \frac{M_{tc1}}{2R\cos\alpha} \quad \text{rezultă } F_2 > F_1 \tag{9.21}$$

- verificarea la presiunea de contact:

$$p = \frac{F_2}{h \cdot d} \cdot \frac{4}{\pi} \le p_a \tag{9.22}$$

- verificarea la încovoiere:

$$\sigma_i = \frac{F_2 \cdot \frac{h}{2}}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} \le \sigma_{ai} \tag{9.23}$$

9.2.2.4 *Cuplajul dințat* (fig.9.13) permite preluarea abaterilor axiale, radiale şi unghiulare ale arborilor cuplați. Cuplajul dințat este format din doi

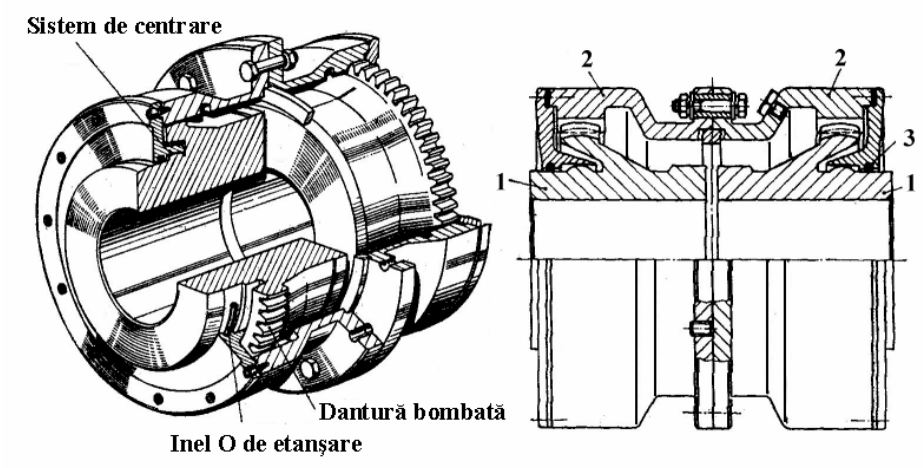


Fig.9.13

butuci *1*, cu dantură exterioară şi două manşoane *2*, cu dantură interioară, îmbinate cu flanşe cu şuruburi păsuite. Deoarece pentru micşorarea uzurii dinților, cuplajul funcționează cu ungere, el are capacele *3*, prevăzute cu garnituri de etanşare.

Aceste cuplaje pot transmite momente mari de torsiune, la dimensiuni reduse de gabarit, de aceea se utilizează pe scară largă, în construcția de maşini grele (laminoare, utilaje siderurgice, utilaje miniere,

maşini de ridicat şi transportat etc.); au funcţionare sigură la turaţii mari; se recomandă la instalaţii care necesită inversarea sensului de mişcare.

Aceste cuplaje pot fi:

- simple (cu dantura pe un butuc);
- duble (cu dantura pe ambii butuci, ca în fig.9.13).

Dantura butucilor este în majoritatea cazurilor bombată (fig.9.14) atât la interior, exterior cât şi pe flancuri, acest lucru permiţând preluarea abaterilor unghiulare între axe cu unghiul 2α ($\alpha_{max} = 2°$).

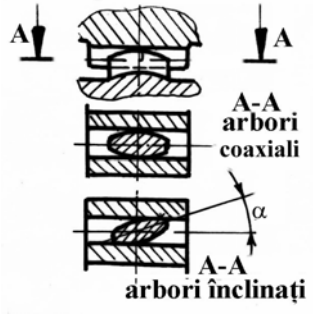


Fig.9.14

Calculul organologic al acestor cuplaje se efectuează ca la angrenajele cilindrice interioare cu dinţi drepţi (la presiune de contact şi rupere prin încovoiere), ţinându-se însă seama că momentul de răsucire se transmite simultan prin toţi dinţii, din acest motiv rezultând dimensiuni de gabarit mici la încărcări mari. Dezavantajul acestor cuplaje constă în dificultatea tehnologică de realizare a dinţilor bombaţi.

9.2.3 Cuplaje permanente mobile, cu elemente intermediare elastice

Aceste cuplaje se caracterizează prin prezenţa unui element elastic (metalic sau nemetalic) între semicuple, element ce participă la transmiterea momentului de torsiune şi care determină proprietăţile şi proiectarea cuplajelor. Datorită acestui element elastic, cuplajele:

- permit compensarea abaterilor la dispunerea arborilor cuplaţi;
- atenuează şocurile de torsiune care apar în sistem atât datorită maşinii de lucru cât şi a maşinii motoare (energia de şoc se transformă în energie potenţială de deformaţie a elementului elastic);
- modifică frecventa oscilaţiilor proprii ale arborilor cuplaţi, evitând rezonanţa.

9.2.3.1 *Cuplaje elastice cu elemente intermediare metalice*

Elementele elastice metalice sunt mult mai durabile, comparativ cu cele nemetalice, permiţând executarea de cuplaje cu dimensiuni de gabarit

reduse şi cu capacitate mare de încărcare.

La *cuplajele cu arcuri în formă de bară* (cuplaje *Forst*) legătura dintre semicuplaje *1* şi *3* (fig.9.15) este realizată cu arcurile în formă de bară *2* (ştifturi elastice), montate axial în găuri terminate în formă de pâlnie, pentru a da semicuplelor mobilitate. Pentru mărirea momentului de torsiune transmis de cuplaj, arcurile-bară se montează pe mai multe rânduri. In scopul reducerii uzurii se prevede ungerea cu ulei a arcurilor, montate în locaşurile din semicuplaje.

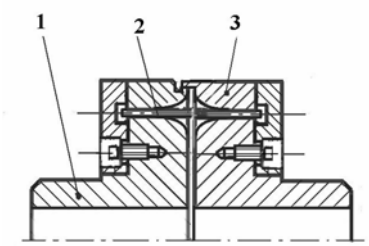


Fig.9.15

Cuplajul cu arcuri elicoidale (*Cardeflex*) este format din două semicuplaje *1* şi *2* (fig.9.16), pe care sunt montaţi – prin intermediul ştifturilor *5* – segmenţii *4*, alternativ pe cele două semicuplaje; segmenţii sunt prevăzuţi cu ştifturile *3* pentru centrarea arcurilor elicoidale cilindrice *6*, montate în general cu precomprimare.

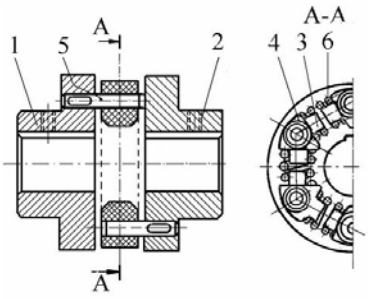


Fig.9.16

La *cuplajele cu arcuri lamelare* (fig.9.17) elementul elastic poate fi dispus axial (cuplaj de tip *Elcard*) sau radial.

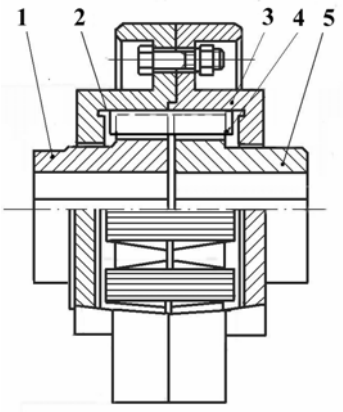


Fig.9.17

Pachetele de arcuri lamelare *4*, dispuse axial, sunt montate în golurile dinţilor de formă specială, executaţi pe semicuplajele *1* şî *5*. Carcasele *2* şi *3* au rolul de protecţie şi etanşare a cuplajului care funcţionează cu ungere. Acest cuplaj permite preluarea abaterilor axiale de 5...15 mm, radiale de 0,5...2 mm şi unghiulare sub $2{,}5^0$.

In figura 9.18 legătura între semicuplele *1* şi *2* se realizează prin intermediul unor pachete de arcuri lamelare *4*, dispuse radial. Pe partea

frontală a semicupajului *1* sunt bolțurile *3*, iar pe semicuplajul în formă de vas *2*, sunt montate pachetele de arcuri *4*, încastrate cu un capăt în butuc iar cu celălalt capăt în coroană.

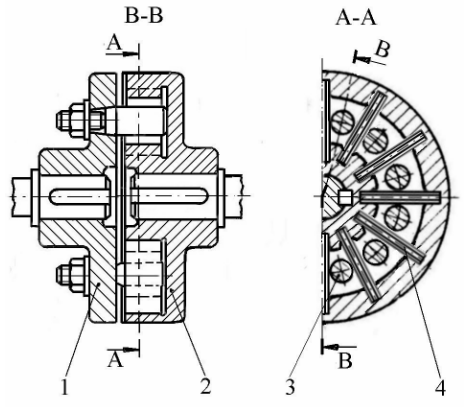


Fig.9.18

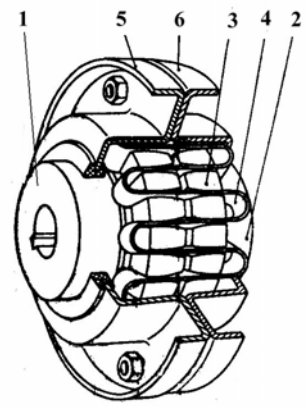


Fig.9.19

Cuplajul cu arc şerpuit (fig.9.19) – denumit şi *Bibby* este format din două semicuplaje *1* şi *2* cu dantură exterioară plată. In golurile dinților *3* este dispus arcul şerpuit *4*, care are secțiunea dreptunghiulară. Carcasele *5* şi *6* servesc la protecția cuplajului care funcționează cu ungere cu unsoare, pentru a evita zgomotul şi pentru a reduce uzura. Acest cuplaj permite compensarea abaterilor axiale de 4 ... 20 mm, radiale de 0,5...3 mm şi unghiulare de până la $1{,}15^0$. Se caracterizează prin siguranță în funcționare şi gabarit mic, ceea ce a determinat larga răspândire a acestora în construcția de maşini grele (laminoare, valțuri etc.).

9.2.3.2 *Cuplaje elastice cu elemente intermediare nemetalice*

Elementul elastic principal al acestor cuplaje îl constituie cauciucul. Cuplajele elastice cu elemente de cauciuc au următoarele avantaje: capacitate mare de amortizare a şocurilor şi vibrațiilor; simple din punct de vedere constructiv; preț de cost mai scăzut. Au în schimb durabilitate şi rezistență mai mică, ceea ce face nerațională folosirea acestor cuplaje la transmiterea de momente mari de torsiune.

Din categoria acestor cuplaje cel mai des utilizat este *cuplajul elastic cu bolțuri*. Aceste cuplaje (fig.9.20) sunt standardizate. Momentul de torsiune se transmite prin intermediul manşoanelor de cauciuc *3*, montate pe

bolţurile *4*, care sunt fixate rigid în semicupla *1*.

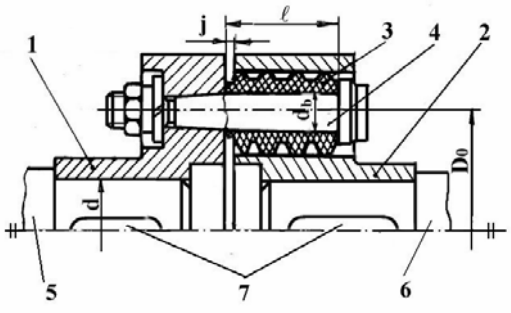


Fig.9.20

Semicuplele *1* şi *2* sunt montate pe arborele conducător *5*, respectiv condus *6*, prin intermediul penelor paralele *7*.

Aceste cuplaje se aleg din STAS în funcţie de diametrul arborilor cuplaţi *d* şi de momentul de torsiune M_{tc}. La aceste cuplaje se verifică bolţurile la încovoiere şi a bucşele de cauciuc la presiune de contact.

Forţa ce revine unui bolţ este:

$$F_1 = \frac{2M_{tc}}{D_0 \cdot z \cdot \theta}, \tag{9.24}$$

unde θ este factorul de neuniformitate al încărcării, iar *z* numărul de bolţuri.

- verificarea bolţului la încovoiere:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W_z} = \frac{F_1 \cdot (\lambda + j) \cdot 32}{2 \cdot \pi \cdot d_b^{\,3}} \le \sigma_{ai} \tag{9.25}$$

- verificarea presiunii de contact între manşoanele de cauciuc şi bolţ:

$$p = \frac{F_1}{d_b(\lambda - j)} \cdot \frac{\pi}{4} \le p_{as}, \tag{9.26}$$

în care termenii din relaţii au semnificaţiile din fig.9.20, $p_{as} = 1...3N/mm^2$ - presiunea admisibilă a cauciucului, iar $\sigma_{ai} = 0{,}25...0{,}4\sigma_{02}$.

Acest cuplaj permite deplasări axiale până la 5 mm, radiale până la 1 mm şi unghiulare până la 1^0, ceea ce-i conferă un larg domeniu de aplicare.

Cuplajul cu stea elastică din cauciuc – Euroflex (fig.9.21) constă din două semicuplaje *1* şi *2*, prevăzute cu gheare, care cuprind în spaţiile libere dintre ele steaua elastică din cauciuc *3*. Steaua poate avea 4 sau 6 braţe care sunt solicitate la compresiune.

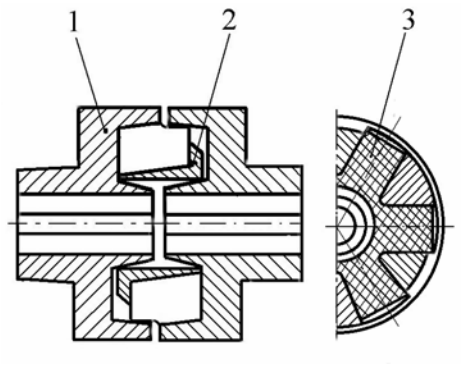


Fig.9.21

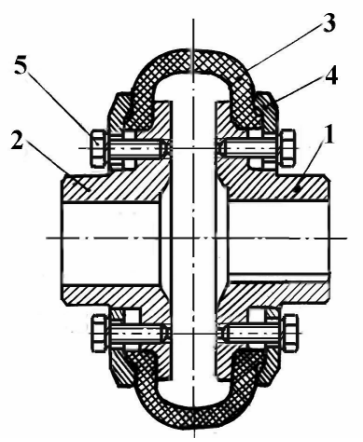


Fig.9.22

Cuplajul cu bandaj de cauciuc - Periflex (fig.9.22) constă dintr-un bandaj de cauciuc *3* montat pe semicuplajele *1* şi *2* prin intermediul discurilor *4* strânse cu şuruburile *5*. Acest cuplaj admite abateri radiale de 2 – 6 mm şi unghiulare de 2 – 6^{o}.

La *cuplajul cu bolţuri şi disc elastic* – Hardy (fig.9.23) elementul elastic *3* sub formă de disc realizează legătura dintre semicuplajele *1* şi *2* prin intermediul bolţurilor *4* montate alternativ pe două semicuple.

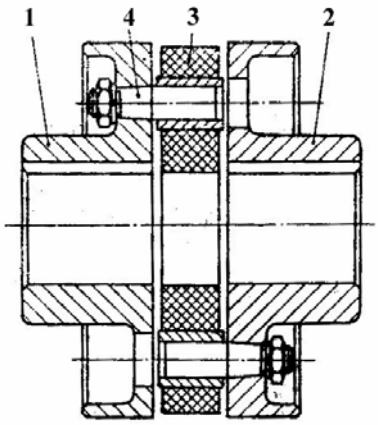


Fig.9.23

9.3 Cuplaje intermitente – ambreiaje

Cuplajele intermitente se folosesc în cazul când cuplarea sau decuplarea arborelui condus trebuie să se facă fără oprirea arborelui motor.

9.3.1 Ambreiaje cu fricţiune

La aceste cuplaje, transmiterea momentului de torsiune de la arborele motor la cel condus se face prin intermediul frecării dintre

elementele ambreiajului. Este tipul de cuplaje intermitente cel mai des utilizat. Se întâlnesc la transmisiile autovehiculelor, a maşinilor unelte, maşinilor de ridicat şi transportat, în industria petrolieră etc.

Pentru a funcționa în bune condiții trebuie ca:

- să asigure transmiterea momentului maxim fără alunecări;
- cuplarea şi decuplarea să se facă fără şocuri;
- să disipeze cu uşurință căldura degajată în timpul cuplărilor;
- contactul între suprafețe să fie cât mai uniform.

In scopul măririi coeficientului de frecare dintre suprafețe, la ambreiajele cu suprafețe uscate de frecare se folosesc materiale de fricțiune pentru căptuşirea discurilor de frecare. Forțele de frecare se obțin prin exercitarea unei forțe axiale de comandă.

Dacă momentul de torsiune depăşeşte limita admisibilă, apare alunecarea, ceea ce face ca aceste ambreiaje să fie folosite şi ca elemente de siguranță la suprasarcini.

a) Cel mai simplu ambreiaj cu fricțiune este *ambreiajul plan monodisc* (fig.9.24), la care cuplarea discurilor se realizează prin intermediul mecanismului de acționare, ce creează o forță de apăsare între discuri F_a.

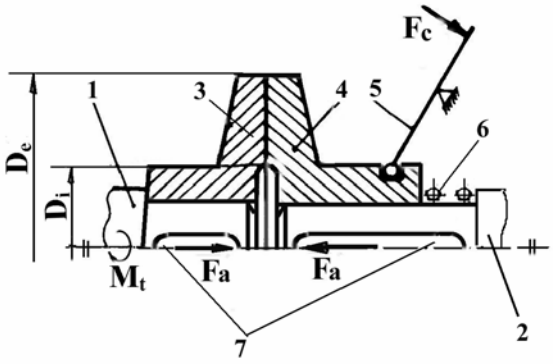


Fig.9.24

Condiția de funcționare a ambreiajului cu fricțiune este ca momentul de frecare M_f să fie mai mare decât momentul de răsucire M_t ce trebuie să-l transmită: $M_f \geq M_{tc}$, unde $M_{tc} = c_s \cdot M_t$

$$M_f = \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{D_e^{\,3} - D_i^{\,3}}{D_e^{\,2} - D_i^{\,2}} = \mu \cdot F_a \cdot \frac{D_m}{2}$$ (vezi vol.I, pag.59)

unde: $D_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{D_e^{\,3} - D_i^{\,3}}{D_e^{\,2} - D_i^{\,2}}$

μ - coeficientul de frecare dintre discuri;

Rezultă că forța de apăsare între discurile de ambreiere va fi:

$$F_a \geq \frac{2M_{tc}}{\mu \cdot D_m} \tag{9.27}$$

Verificarea ambreiajului se face la:

- presiune de contact între discuri, cu relația:

$$p_m = \frac{4F_a}{\pi \cdot (D_e^{\,2} - D_i^{\,2})} \leq p_a \tag{9.28}$$

- încălzire:

$$(p_m \cdot v_m) \leq (p \cdot v)_a, \tag{9.29}$$

unde: $v_m = \omega \cdot \frac{D_e + D_i}{4}$

Comanda ambreierii si realizarea forței de apăsare F_a se poate face: mecanic – cu pârghii sau arcuri (ca în situația prezentată); hidraulic; pneumatic sau electromagnetic. Comanda mecanică este o soluție constructivă simplă, dar se recomandă la forțe de acționare mici şi frecvență redusă de cuplare, când nu este necesară o precizie deosebită în timp. Precizia acționării în timp şi automatizarea comenzii impun utilizarea ambreiajelor comandate electromagnetic.

In acest caz, ambreiajul se compune dintr-un disc magnetic *3* pe care se fixează discul de fricțiune *5* şi bobina de inducție *6*. Alimentând bobina cu curent continuu de joasă tensiune (24 volți), la închiderea circuitului electric, discul magnetic *3* atrage discul de ambreiere *4* realizându-se cuplarea.

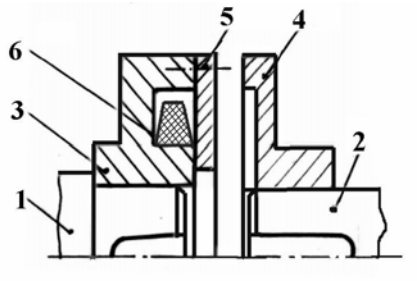


Fig.9.25

Mărirea suprafeței de contact se poate realiza prin adoptarea ambreiajului cu discuri multiple sau a ambreiajelor conice.

b) *Ambreiajul cu discuri multiple* (fig.9.26 şi 9.27) permite transmiterea unor momente de răsucire mai mari la arborele condus. El se compune din: semicuplajele *3* şi *4* fixe pe arborii cuplați; discurile de

ambreiere *5* şi *6* ghidate alternativ pe canelurile interioare ale semicuplei *3* şi canelurile exterioare ale semicuplei *4*; tamponul *7* care pune discurile în contact, acţionat de mecanismul de comandă *8*.

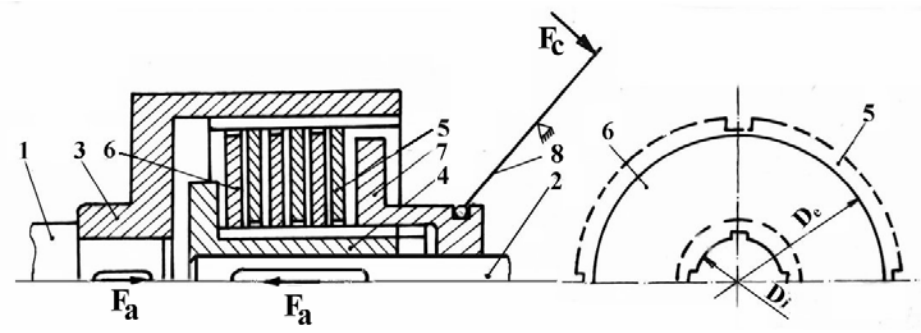


Fig.9.26

Pentru transmiterea momentului de răsucire M_t de la arborele *1* la *2*, prin sistemul de comandă *8*, discul tampon *7* acţionează asupra discurilor de ambreiere *5* şi *6* strângându-le cu o forţă F_a.

Momentul de frecare va fi:

$$M_f = \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot F_a \cdot z \cdot \frac{D_e^{\,3} - D_i^{\,3}}{D_e^{\,2} - D_i^{\,2}} = \mu \cdot F_a \cdot z \cdot \frac{D_m}{2}$$

unde z reprezintă numărul suprafeţelor de frecare:

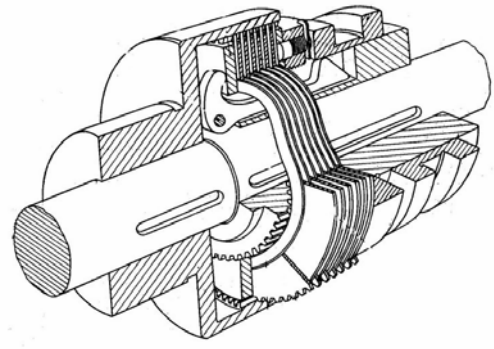


Fig.9.27

$z = n - 1$ (n – numărul total de discuri)

Punând condiţia ca $M_f \geq M_{tc}$ rezultă forţa necesară ambreierii:

$$F_a \geq \frac{2M_{tc}}{\mu \cdot D_m \cdot z} \qquad (9.30)$$

Verificarea acestor ambreiaje se face la presiune de contact, uzură şi încălzire.

Eliminarea căldurii în timpul ambreierii este mai dificilă la cuplajele multidisc comparativ cu cele monodisc, din această cauză, când frecvenţa cuplărilor este mare, se preferă, la acelaşi moment nominal, cuplajele

monodisc, cu toate că au dimensiuni radiale mai mari.

c) *Ambreiajul conic* (fig.9.28) se compune dintr-un semicuplaj fix *3*, conic la interior şi unul deplasabil *4*, conic la exterior. Suprafaţa de fricţiune este tronconică. Suprafeţele ambelor discuri fiind prelucrate la acelaşi unghi de vârf α, forţa de apăsare F_a dă naştere reacţiunii F_n, normală pe suprafaţa de contact şi forţei de frecare μF_n, dirijată în sens contrar cuplării.

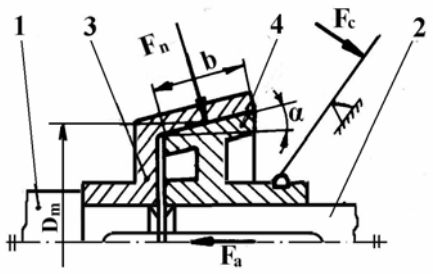


Fig.9.28

Pentru transmiterea mişcării trebuie îndeplinită condiţia: $M_f \geq M_{tc}$.

Momentul de frecare se determină cu relaţia:

$$M_f = \mu \cdot F_n \cdot \frac{D_m}{2} \tag{9.31}$$

La cuplare forţa de apăsare, obţinută prin proiecţia forţelor pe orizontală, va fi:

$$F_a = F_n(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

La decuplare:

$$F_a = F_n(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Înlocuind F_n din relaţia (9.31) se obţine:

$$F_a \geq \frac{2M_{tc}}{\mu \cdot D_m} \cdot (\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha)$$

sau:

$$F_a \geq \frac{2M_{tc}}{\mu' \cdot D_m} \tag{9.32}$$

unde $\mu' = \dfrac{\mu}{(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha)}$

Comparând valorile forţei F_a din relaţiile (9.27) şi (9.32), se observă că pentru acelaşi cuplu de materiale şi acelaşi D_m, rezultă pentru cuplajul

conic o forță de împingere mai mică decât pentru cel plan (deoarece $\mu' > \mu$) şi deci posibilitatea transmiterii unui moment de torsiune mai mare.

La dimensionare se stabileşte lățimea b a suprafeței de lucru, din condiția limitării presiunii de contact.

$$p = \frac{F_n}{\pi \cdot D_m \cdot b} \leq p_a$$

$$b \geq \frac{F_n}{\pi \cdot D_m \cdot p_{a\ a}} \tag{9.33}$$

Ambreiajele conice au dezavantajul că nu lucrează pe toată suprafața decât dacă sunt precis executate şi bine întreținute. Pentru evitarea autoblocării şi pentru uşurarea decuplării unghiul $\alpha = 8...10^0$ pentru suprafețe metalice şi $\alpha > 20^0$ pentru lemn pe metal.

Ambreiajul se verifică la încălzire:

$$(p_m \cdot v_m) \leq (p \cdot v)_a,$$

unde: $v_m = \frac{\pi \cdot D_m \cdot n}{60}$

Capitolul 10
MECANISME PENTRU TRANSFORMAREA MIŞCĂRII DE ROTAȚIE ÎN TRANSLAȚIE ŞI INVERS

10.1 Bilanțul energetic al maşinilor şi mecanismelor

10.1.1 Ecuația energiei cinetice a maşinii

Ecuația energiei cinetice a unui mecanism sub formă finită poate fi scrisă astfel :

$$E - E_0 = L_m - L_r \tag{10.1}$$

unde : E – energia cinetică a maşinii corespunzătoare timpului t ;

E_0 – energia cinetică corespunzătoare timpului inițial t_0 ;

L_m – lucrul mecanic al forțelor motoare în intervalul de timp (t-t_0);

L_r - lucrul mecanic al forțelor rezistente în acelaşi interval de timp.

Relația (10.1) arată că variația energiei cinetice într-un interval de timp este egală cu lucrul mecanic al forțelor care acționează asupra mecanismului sau maşinii, în acelaşi interval de timp.

Energia cinetică a unui element de ordin j în mişcare plan paralelă, poate fi scrisă sub forma (relația lui Köning) :

$$E_j = \frac{1}{2} m_j \cdot v_j^2 + \frac{1}{2} J_j \cdot \omega_j^2 \tag{10.2}$$

unde : m_j - masa elementului considerat ;

v_j – viteza centrului de greutate ;

ω_j – viteza unghiulară a elementului considerat ;

J_j – momentul de inerție al elementului în raport cu o axă perpendiculară pe planul mişcării şi care trece prin centrul de greutate.

Energia cinetică a unei maşini, constituită din n elemente va fi :

$$E_j = \sum_{j=1}^{n} E_j = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} m_j \cdot v_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} J_j \cdot \omega_j^2 \tag{10.3}$$

Lucrul mecanic al forţelor rezistente se poate scrie :

$$L_r = L_u + L_f \tag{10.4}$$

unde: L_u - lucrul mecanic util;

L_f – lucrul mecanic al forţelor de frecare.

Înlocuind (10.4) în (10.1) rezultă:

$$L_m = L_r + (E - E_0)$$

sau

$$L_m = L_u + L_f + (E - E_0) \tag{10.5}$$

Relaţia (10.5) poartă numele de bilanţ energetic şi arată cum este folosit lucrul mecanic motor în maşină. Se observă că o parte din lucrul mecanic motor este transformată în lucru mecanic util, iar altă parte în energie cinetică necesară pentru accelerarea mişcării maşinii. Dacă variaţia energiei cinetice (E-E_0) se consideră ca fiind lucrul mecanic al forţelor de inerţie, L_i , atunci relaţia (10.5) devine :

$$L_m = L_u + L_f \pm L_i \tag{10.6}$$

Lucrul mecanic al forţelor de inerţie, L_i , poate avea valori negative sau pozitive, în funcţie de valorile lucrului mecanic motor, raportat la lucrul mecanic rezistent.

Astfel, dacă :

$L_u + L_f > L_m$, energia cinetică scade

$L_u + L_f < L_m$, energia cinetică creşte.

Derivând relaţia (10.6) în raport cu timpul se poate scrie ecuaţia bilanţului energetic în funcţie de puteri:

$$P_m = P_u + P_f \pm P_i \tag{10.7}$$

10.1.2 Modele dinamice

Utilizarea relaţiei pentru o întreagă maşină este dificilă deoarece conţine un număr mare de termeni. Pentru simplificarea calculului, întreaga maşină se înlocuieşte printr-un model dinamic, cu condiţia comportării dinamice echivalente a modelului cu maşina. Modelele dinamice care se

utilizează sunt cu punct de reducere sau cu element de reducere.

În cazul modelului cu punct de reducere, (fig.10.1) se consideră un punct de reducere aparţinând unui element (de obicei elementul iniţial) în

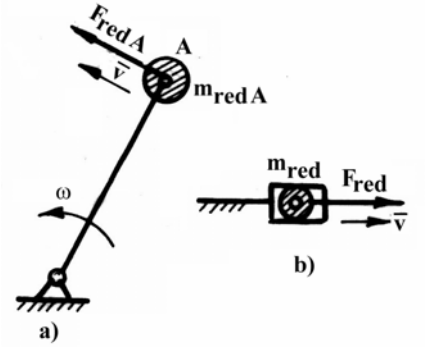


Fig.10.1

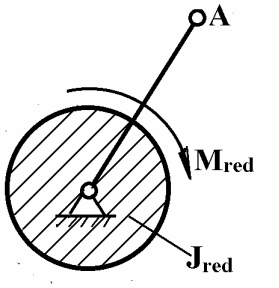


Fig.10.2

care se concentrează o masă redusă m_{red} şi se aplică o forţă redusă F_{red}. Masa punctiformă poate fi rotativă (fig.10.1a) sau translantă (fig.10.1b).

În cazul modelului cu element de reducere se consideră un element de reducere, de obicei cel conducător, căruia i se asociază un corp în mişcare de rotaţie (disc rotativ) acţionat de un cuplu de forţe de moment redus M_{red}, având un moment de inerţie redus J_{red} (fig.10.2).

Punând condiţia ca energia produsă de modelul dinamic să fie egală cu energia cinetică a maşinii sau mecanismului, rezultă :

$$\frac{1}{2} m_{red} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} (m_j \cdot v_j^2 + J_j \cdot \omega_j^2)$$

de unde :

$$m_{red} = \sum_{j=1}^{n} \left[m_j \cdot \left(\frac{v_j}{v} \right)^2 + J_j \cdot \left(\frac{\omega_j}{v} \right)^2 \right] \qquad (10.8)$$

în care v reprezintă viteza punctului de reducere;

Pentru momentul de inerţie redus va rezulta :

$$\frac{1}{2} J_{red} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \left(m_j v_j^2 + J_j \cdot \omega_j^2 \right)$$

şi

$$J_{red} = \sum_{j=1}^{n}\left[m_j \left(\frac{v_j}{\omega}\right)^2 + J_j \left(\frac{\omega_j}{\omega}\right)^2 \right] \tag{10.9}$$

Forţa redusă şi momentul redus se deduc din condiţia ca puterea dezvoltată de modelul dinamic să fie egală cu puterea dezvoltată de toate forţele şi momentele care acţionează asupra maşinii, rezultând relaţiile:

$$F_{red} = \sum_{j=1}^{n}\left(F_j \frac{v_j}{v}\cos\alpha_j + M_j \frac{\omega_j}{v} \right) \tag{10.10}$$

şi

$$M_{red} = \sum_{j=1}^{n}\left(F_j \frac{v_j}{\omega}\cos\alpha_j + M_j \frac{\omega_j}{\omega} \right) \tag{10.11}$$

în care α_j reprezintă unghiul dintre vectorul forţei F_j şi al vitezei v_j.

10.1.3 Fazele de mişcare ale maşinii

În cadrul timpului total de funcţionare al unei maşini sau agregat, există trei faze de mişcare distincte şi anume: I – faza de pornire (demaraj); II – faza de regim; III – faza de oprire.

Acestea pot fi evidenţiate dacă se întocmeşte diagrama de variaţie a vitezei unghiulare a elementului conducător în funcţie de timp, pe toată durata de funcţionare. Această diagramă poartă numele de tahograma maşinii (fig.10.3).

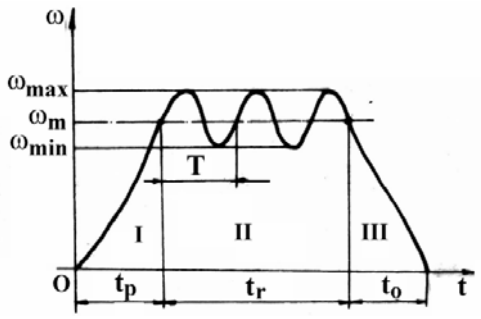


Fig.10.3

În faza de pornire având durata t_p, sub acţiunea forţelor exterioare viteza unghiulară a elementului de reducere creşte, după o anumită lege, la o valoare medie corespunzătoare mişcării de regim, ω_m.

În faza de regim având durata t_r, viteza unghiulară are o variaţie periodică cu perioada *T*, iar în faza de oprire scade de la valoarea medie la zero.

La majoritatea maşinilor timpii de pornire şi de oprire sunt neglijabili în comparaţie cu timpul funcţionării de regim.

Aplicând teoria energiei cinetice pentru momentul iniţial t_0 şi final t, se obţine:

$$\frac{1}{2}J_{red}\cdot\omega^2-\frac{1}{2}J_{red_0}\cdot\omega_0^2=L_m-L_r$$

Deoarece în faza de regim vitezele unghiulare revin la aceeaşi valoare după un ciclu cinematic adică $\omega=\omega_0$ rezultă că $J_{red}=J_{red_0}$ şi deci $L_m=L_r$. Adică, pentru faza de regim lucrul mecanic motor este egal cu lucrul mecanic rezistent pe durata unui ciclu cinematic.

La sfârşitul perioadei de pornire $\omega>\omega_0$ şi deci $L_m>L_r$ (condiţia ca o maşină să pornească).

În faza de oprire se produc fenomene inverse ca la pornire, astfel că $L_m<L_r$ (condiţia de frânare).

10.1.4 Randamentul maşinilor

În faza de regim, pe durata unui ciclu, variaţia energiei cinetice este egală cu zero, adică $L_i=0$. În acest caz relaţia devine:

$$L_m=L_u+L_f$$

Randamentul maşinii reprezintă raportul dintre lucrul mecanic al forţelor rezistente utile şi lucrul mecanic al forţelor motoare, corespunzătoare unui ciclu din faza de regim:

$$\eta=\frac{L_u}{L_m}=\frac{L_m-L_f}{L_m}=1-\frac{L_f}{L_m}=1-\varphi \qquad (10.12)$$

Raportul $\varphi=\dfrac{L_f}{L_m}$ se numeşte coeficient de pierdere şi indică ponderea lucrului mecanic consumat prin frecare din lucrul mecanic motor. În regim, $L_f<L_m$ deci $\varphi<1$ şi $\eta<1$. La mersul în gol, $L_u=0$ şi deci $L_m=L_f$ şi $\eta=0$. Randamentul nu poate fi supraunitar, deoarece φ nu poate fi negativ. Rezultă că $0\le\eta<1$, iar $0<\varphi\le1$

1) *Randamentul maşinilor legate în serie*

Se consideră o maşină compusă din *n* mecanisme (fig.10.4), montate în serie. În acest caz fiecare lucru mecanic util de ieşire al unui mecanism

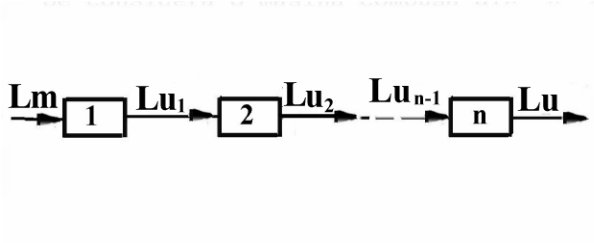


Fig.10.4

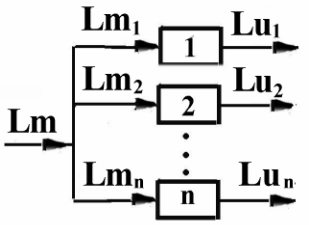


Fig.10.5

devine lucru mecanic motor pentru mecanismul următor.

Randamentele parțiale sunt :

$$\eta_1 = \frac{L_{u1}}{L_m} \; : \; \eta_2 = \frac{L_{u2}}{L_{u1}} \text{K K } \eta_n = \frac{L_u}{L_{u_{n-1}}}$$

iar randamentul total :

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_{u1} \cdot L_{u2} \cdot L_{u3} \text{K } L_u}{L_m \cdot L_{u1} \cdot L_{u2} \text{K } L_{u_{n-1}}}$$

sau

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \text{K } \eta_n \qquad (10.13)$$

2) *Randamentul maşinilor legate în paralel*

Legarea în paralel a *n* mecanisme se poate face în două moduri diferite:

a) toate mecanismele au arborele conducător comun (fig.10.5).

Coeficienții de repartiție a lucrului mecanic motor α_j, vor fi :

$$\alpha_1 = \frac{L_{m1}}{L_m} \; ; \; \alpha_2 = \frac{L_{m2}}{L_m} \text{K K } \alpha_n = \frac{L_{mn}}{L_m}$$

Randamentul global se poate scrie :

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_{u1} + L_{u2} + \text{K} + L_{un}}{L_m}$$

sau

$$\eta = \frac{L_{u1}}{L_{m1}} \cdot \frac{L_{m1}}{L_m} + \frac{L_{u2}}{L_{m2}} \cdot \frac{L_{m2}}{L_m} + \text{K} + \frac{L_{un}}{L_{mn}} \cdot \frac{L_{mn}}{L_m} = \eta_1 \cdot \alpha_1 + \eta_2 \cdot \alpha_2 + \text{K} + \eta_n \cdot \alpha_n$$

adică :

$$\eta = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \cdot \eta_j \tag{10.14}$$

b) toate mecanismele au arborele condus comun (fig.10.6).

Coeficienţii de repartiţie a lucrului mecanic util, β_j, vor fi :

$$\beta_1 = \frac{L_{u1}}{L_u};\ \beta_2 = \frac{L_{u2}}{L_u},\ \text{K}\ \beta_n \frac{L_{un}}{L_u}$$

Randamentul global se poate scrie :

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_u}{L_{m1} + L_{m2} + \text{K} + L_{mn}}$$

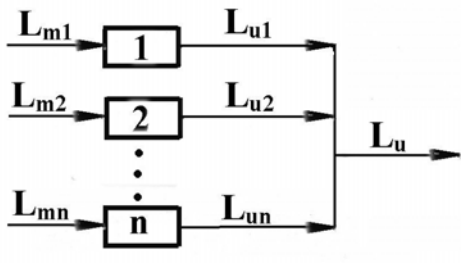


Fig.10.6

$$\frac{1}{\eta} = \frac{L_{m1}}{L_{u1}} \cdot \frac{L_{u1}}{L_u} + \frac{L_{m2}}{L_{u2}} \cdot \frac{L_{u2}}{L_u} + \text{K} + \frac{L_{mn}}{L_{un}} \cdot \frac{L_{un}}{L_u} = \frac{1}{\eta_1} \cdot \beta_1 + \frac{1}{\eta_2} \cdot \beta_2 + \text{K} + \frac{1}{\eta_n} \cdot \beta_n$$

adică :

$$\frac{1}{\eta} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\beta_j}{\eta_j} \tag{10.15}$$

3) *Randamentul maşinilor legate mixt*

Dacă pe ramurile unui sistem cu legare în paralel se găsesc mai multe mecanisme în serie se obţine legarea mixtă. În acest caz pentru determinarea randamentului global se procedează astfel :

- se determină randamentul total al fiecărei ramuri ;
- se determină randamentul global.

10.2 Reglarea mişcării maşinilor şi mecanismelor

10.2.1 Variaţiile periodice ale vitezei unghiulare

În faza de regim a funcţionării unei maşini viteza unghiulară a

elementului de reducere are o variaţie periodică în jurul unei valori medii. Aceasta se datoreşte caracterului variabil a momentelor de inerţie reduse, momentelor motoare şi a celor rezistente. Variaţiile vitezei unghiulare produc efecte nedorite cum ar fi : amplificarea solicitărilor dinamice în cuplele cinematice , creşterea pierderilor prin frecare şi implicit scăderea randamentului global, vibraţii ş.a.

Mersul uniform în faza de regim este caracterizat cantitativ prin gradul de neuniformitate δ, definit prin relaţia :

$$\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega_{1med}} = \frac{\omega_{1\max} - \omega_{1\min}}{\omega_{1med}} \qquad (10.16)$$

unde $\omega_{1med} = \frac{1}{2}\left(\omega_{1\max} + \omega_{1med}\right)$.

Pentru funcţionarea normală a unei maşini gradul de neuniformitate nu trebuie să depăşească o anumită valoare ce depinde de destinaţia maşinii. Astfel, pentru pompe $\delta = (0{,}2\text{K}\ 0{,}1)$; pentru generatoare electrice de curent alternativ $\delta = (0{,}005\text{K}\ 0{,}003)$, maşini unelte $\delta = (0{,}03\text{K}\ 0{,}02)$ etc.

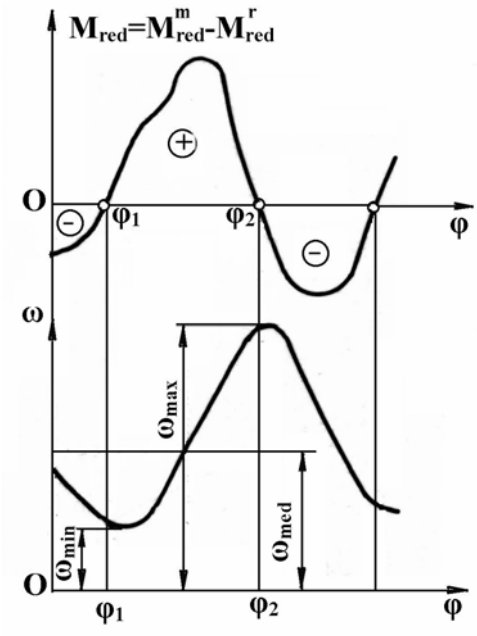


Fig.10.7

Problema care se pune este stabilirea parametrilor ce influenţează mărimea gradului de neuniformitate şi corespunzător asigurarea unui grad de neuniformitate impus.

Pentru aceasta se consideră variaţia momentului redus pentru un ciclu cinematic, precum şi variaţia vitezei unghiulare a elementului de reducere pentru acelaşi ciclu (fig.10.7).

Ecuaţia energiei cinetice pentru intervalul 1-2 corespunzător unghiurilor de poziţie φ_1 şi φ_2 are expresia :

$$\frac{1}{2}J_{red2}\cdot\omega_2^2-\frac{1}{2}J_{red1}\cdot\omega_1^2=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\left(M_{red}^m-M_{red}^r\right)\cdot\mathrm{d}\varphi \qquad (10.17)$$

În intervalul $\varphi_1-\varphi_2$, energia cinetică a maşinii creşte (deoarece $M_{red}>0$) ajungând la o valoare maximă în φ_2. Din expresia energiei cinetice $\left(E=J_{red}\cdot\omega^2/2\right)$ rezultă că în jurul punctului *2* viteza unghiulară ω_2 va avea valoarea maximă $\omega_{\max}$. În jurul punctului *1*, energia cinetică are cea mai mică valoare, viteza unghiulară atingând valoarea minimă $\omega_{\min}$.

Se poate scrie :

$$\frac{1}{2}J_{red2}\cdot\omega_{\max}^2-\frac{1}{2}J_{red1}\cdot\omega_{\min}^2=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}M_{red}\cdot\mathrm{d}\varphi \qquad (10.18)$$

Dar: $$\omega_{\max}=\omega_{med}\left(1+\frac{\delta}{2}\right);\quad \omega_{\min}=\omega_{med}\left(1-\frac{\delta}{2}\right)$$

Neglijând termenii în care δ intervine la puterea a doua, rezultă:

$$\omega_{\max}^2=\omega_{med}^2\left(1+\delta\right)\ \text{şi}\ \omega_{\min}^2=\omega_{med}^2\left(1-\delta\right). \qquad (10.19)$$

Înlocuind (10.19) în (10.18) se obține:

$$\frac{1}{2}\left[J_{red_2}\cdot\omega_{med}^2\left(1+\delta\right)-J_{red_1}\cdot\omega_{med}^2\left(1-\delta\right)\right]=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}M_{red}\cdot\mathrm{d}\varphi$$

de unde :

$$\delta=\frac{2\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}M_{red}\cdot\mathrm{d}\varphi-\omega_{med}^2\left(J_{red2}-J_{red1}\right)}{\omega_{med}^2\left(J_{red2}+J_{red1}\right)} \qquad (10.20)$$

Din această relație reiese că gradul de neuniformitate δ este influențat nu numai de valoarea momentului de inerție redus (valorile ω_{med} şi M_{red} sunt impuse de procesul tehnologic şi nu pot fi influențate). Deci, dacă momentul de inerție al mecanismului creşte, gradul de neregularitate al acestuia se micşorează având astfel influență favorabilă asupra funcționării maşinii. Creşterea momentului de inerție redus al maşinii sau mecanismului se face prin ataşarea, în general la elementul de reducere, a unei piese suplimentare numită volant.

Volantul are rol de acumulator energetic. Atunci când $M_{red}^m>M_{red}^r$ şi viteza unghiulară ω creşte, volantul înmagazinează o

cantitate de energie cinetică suplimentară pe care o cedează atunci când viteza unghiulară scade ($M_{red}^{m} < M_{red}^{r}$).

Momentul de inerţie al volantului, J_v, se poate determina atunci când se cunoaşte ω_{med}, δ impus precum şi diagramele de variaţie ale momentului motor redus, $M_{red}^{m}(\varphi)$ şi respectiv momentul rezistent redus, $M_{red}^{r}(\varphi)$.

Se consideră că momentul de inerţie redus al maşinii $J_{red}(\varphi)$ se măreşte cu cantitatea constantă J_v. Corespunzător, J_{red1} şi J_{red2} vor deveni $J_{red1} + J_v$, respectiv $J_{red2} + J_v$. Înlocuind în relaţia (10.20) se obţine :

$$\delta = \frac{2\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{red} \cdot \mathrm{d}\varphi - \omega_{med}^2 \left(J_{red2} - J_{red1}\right)}{\omega_{med}^2 \left(J_{red2} + J_{red1} + 2J_v\right)}$$

Considerând că $J_{red} << J_v$, rezultă :

$$J_v = \frac{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{red} \cdot \mathrm{d}\varphi}{\delta \cdot \omega^2} \qquad (10.21)$$

Din această relaţie se observă că eliminarea completă a variaţiei vitezei unghiulare ($\delta = 0$) este imposibilă deoarece în acest caz $J_v \to \infty$

Volantul se poate executa în două variante constructive :

a) disc plin ;

b) roată cu obadă masivă şi spiţe

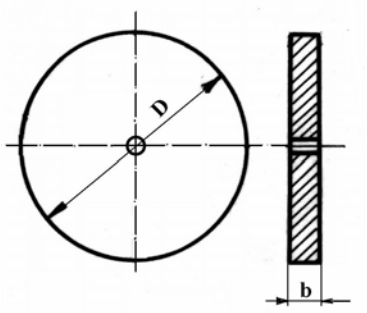


Fig.10.8

a) În primul caz (fig.10.8) momentul de inerţie al volantului, J_v este :

$$J_v = \frac{G \cdot D^2}{4g} \qquad (10.22)$$

unde produsul GD^2 poartă denumirea de *moment de giraţie* al volantului.

Masa volantului are expresia :

$$m = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot b \cdot \rho$$

în care b reprezintă grosimea discului iar ρ este densitatea materialului.

Pentru dimensionare se alege diametrul discului D şi se calculează grosimea volantului cu relaţia :

$$b = \frac{16 \cdot J_v}{\pi \cdot D^4 \cdot \rho} \tag{10.23}$$

Diametrul exterior al volantului trebuie astfel ales încât viteza sa periferică (v_p) să nu depăşească viteza maximă (v_{max}) limitată de condiţia de rezistenţă (v_{max} = 30 m/s pentru volanţi din fontă; v_{max} = 50m/s pentru volanţi din oţel).

Întrucât : $$v_p = R \cdot \omega = \frac{D}{2} \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} \le v_{max}$$

Rezultă :

$$D \le \frac{60 \cdot v_{max}}{\pi \cdot n} \tag{10.24}$$

b) În cazul volantului în formă de roată cu obadă masivă şi spiţe (fig.10.9) se consideră că întraga sa masă este concentrată pe cercul de diametru mediu D_m al coroanei volantului.

Masa volantului se determină cu formula :

$$m = \pi \cdot D_m \cdot h \cdot b \cdot \rho$$

în care h este grosimea obezii, iar b reprezintă lăţimea obezii.

$$J_v = \frac{m \cdot D_m^2}{4} = \frac{\pi \cdot h \cdot b \cdot \rho \cdot D_m^3}{4}$$

de unde :

$$D_m = \sqrt[3]{\frac{4J_v}{\pi \cdot h \cdot b \cdot \rho}} \tag{10.25}$$

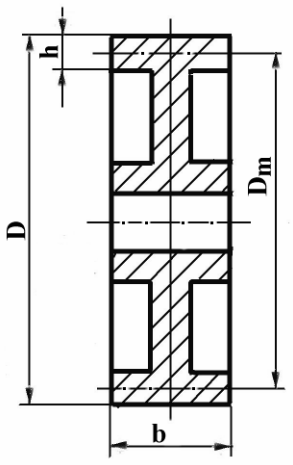


Fig.10.9

10.2.2 Variaţiile neperiodice ale vitezei unghiulare

Aşa cum s-a arătat, volantul are menirea de a restrânge între limitele admisibile amplitudinea $\Delta\omega$ a oscilaţiilor periodice ale vitezei unghiulare din faza de regim.

Practica demonstrează că în timpul funcționării agregatelor pot apare situații în care se modifică echilibrul forțelor exterioare datorită scăderii sau creşterii rezistențelor tehnologice. Drept consecință momentul motor M^m devine, după caz, mai mare sau mai mic decât momentul rezistent M^r iar egalitatea lucrurilor mecanice din faza de regim se modifică în mod corespunzător (fig.10.10).

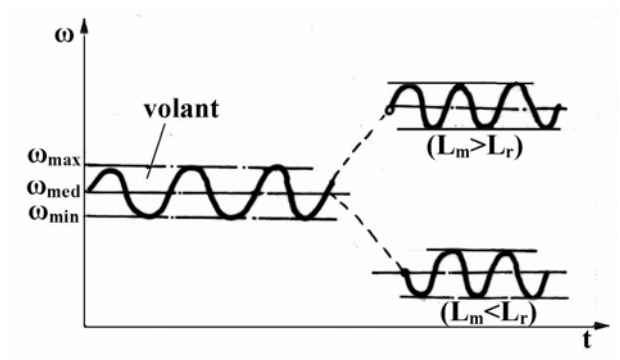


Fig.10.10

Apar astfel regimuri tranzitorii accelerate sau deccelerate în care viteza unghiulară a agregatului are oscilații periodice. Readucerea vitezei unghiulare în interiorul limitelor extreme prescrise de construcția maşinii motoare se poate realiza prin utilizarea *regulatoarelor* sau *moderatoarelor*.

Regulatoarele sunt sisteme de reglare automată care au rolul de a restabili regimul staționar de mişcare al agregatelor egalând momentul motor cu cel rezistent prin modificarea corespunzătoare a momentului motor.

În principiu un sistem de reglare automată este compus din: regulatorul care sesizează variațiile cinematice şi le transformă în semnal de comandă; sistemul de execuție care preia semnalul de comandă şi acționează asupra admisiei maşinii motoare.

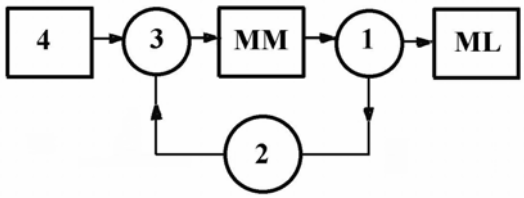


Fig.10.11

O astfel de schemă de acționare a unei maşini de lucru se prezintă în fig.10.11.

Maşina de lucru *ML* şi maşina motoare *MM* sunt

cuplate cu ajutorul unui arbore pe care este montat traductorul *1* care măsoară viteza unghiulară şi o transmite regulatorului *2*. Acesta prelucrează informaţia primită comparând-o cu mărimea de referinţă şi emite un semnal de comandă unui amplificator *3* în cazul în care există diferenţe între cele două valori. Semnalul de comandă este preluat de sistemul de admisie al maşinii motoare care va modifica debitul sursei energetice *4*.

Dacă regulatorul se leagă direct de elementul de execuţie, reglarea este directă, iar dacă între regulator şi sistemul de execuţie se interpune un amplificator, reglarea este indirectă.

După tipul traductorului se disting regulatoare cu traductoare mecanice, electrice, hidraulice şi pneumatice.

În fig.10.12 se prezintă schema de funcţionare a unui agregat turbină *3* - generator *2* prevăzut cu regulator cu acţionare directă asupra organului de execuţie (vana *4*).

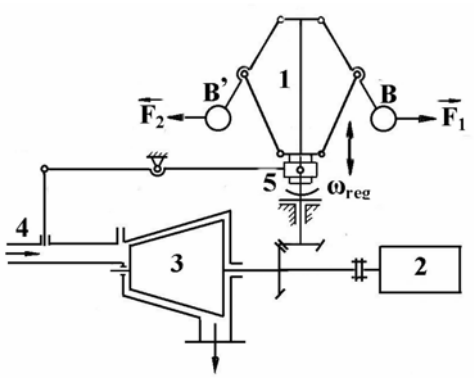


Fig.10.12

Dacă în reţeaua pe care debitează generatorul *2* apare o descărcare parţială de sarcină, atunci cuplul motor M^m va fi mai mare decât cel rezistent M^r ceea ce va determina creşterea vitezei unghiulare a agregatului. Aceasta conduce la creşterea forţelor centrufuge care acţionează asupra bilelor B şi B' ale regulatorului *1*, fapt care determină antrenarea pe verticală a manşonului *5* şi implicit sistemul de bare comandă vana *4* obturând admisia agentului motor în turbină micşorând astfel cuplul motor şi viteza unghiulară până la restabilirea echilibrului $M^m = M^r$.

Moderatoarele sunt sisteme de reglare automată care au rolul de a stabili echilibrul dintre cuplul motor şi cel rezistent în jurul unei valori prescrise a vitezei unghiulare, prin modificarea corespunzătoare a cuplului rezistent. Echilibrul energetic se realizează pe cale disipativă, adică excesul de energie motoare existent la un moment dat este consumat pentru

învingerea unor forțe de frecare sau forțe electromagnetice introduse de moderator (ex. contoare electrice, maşini electrice de scris, pick-upuri). În practică cele mai utilizate moderatoare sunt cele cu frecare uscată.

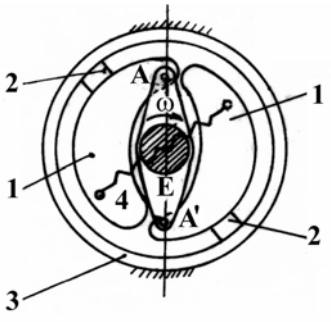


Fig.10.13

In fig.10.13 se prezintă schema unui moderator cu frecare uscată alcătuit din două contragreutăți *1*, saboții *2*, tamburul fix *3* şi arcul de rapel *4*.

Prin rotirea contragreutăților în sens orar, forțele centrifuge dezvoltate determină apăsarea saboților *2* pe fața interioară a tamburului fix *3*, ceea ce conduce la frânarea elementului *E* prin frecare.

10.3 Mecanismul bielă manivelă

10.3.1 Generalități, forme constructive, forțe

Mecanismul bielă–manivelă are rolul de a transforma mişcarea de translație alternativă în mişcare de rotație continuă sau invers. Primul caz se întâlneşte la maşinile motoare cu ardere internă la care se transformă mişcarea de translație a pistonului, efectuată sub acțiunea presiunii gazelor de ardere sau aburului, în mişcare de rotație a arborelui motor. Al doilea caz se întâlneşte la maşinile de lucru (pompe, compresoare, prese) la care se transformă mişcarea de rotație primită de la motor, în mişcare de translație a pistonului.

In fig.10.14 se prezintă un mecanism bielă-manivelă cu cap de cruce, iar în fig.10.15 (a şi b) un mecanism bielă-manivelă fără cap de cruce.

Mecanismele prezentate se compun din : *1* – cilindru; *2* – piston; *3* – bolț piston; *4* – tijă piston; *5* – cap de cruce; *6* – glisieră; *7* – bielă; *8* – manivelă; *9* – arbore cotit; *10* – volant.

Asupra pistonului mecanismului bielă – manivelă acționează forțe active produse de presiunea mediului de lucru *p* din cilindru şi forțe de inerție F_i, datorate accelerării maselor în mişcare de translație (fig.10.14 şi

fig.10.15b).

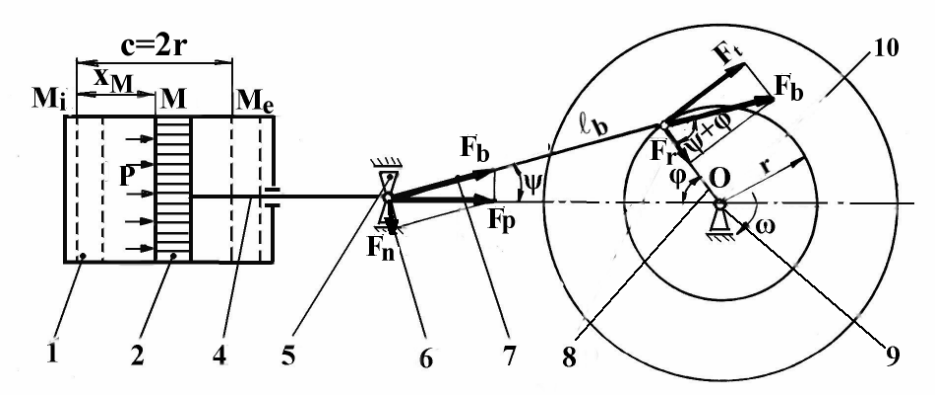


Fig.10.14

$$F_p = p \cdot A_p - F_i \quad (10.26)$$

Presiunea mediului din cilindru variază în timpul ciclului de funcționare şi depinde de tipul maşinii, mediul de lucru, reglaje etc. De asemeni şi forțele de inerție variază cu accelerația pistonului, astfel că forța F_p rezultă variabilă în funcție de unghiul de rotație al manivelei.

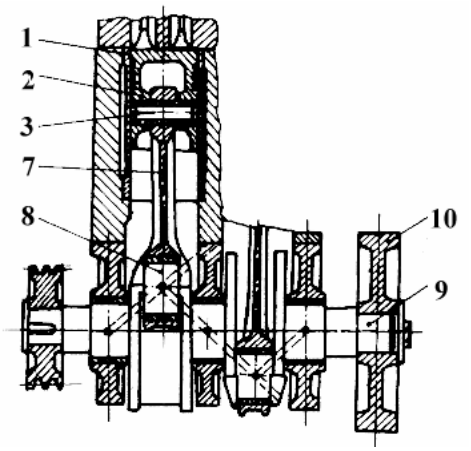


Fig.10.15a

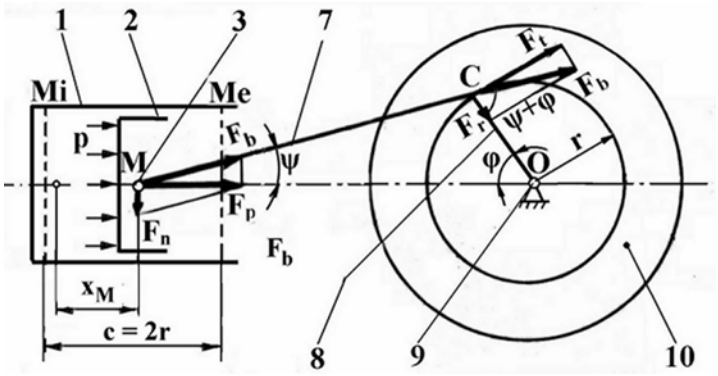


Fig.10.15b

Forța F_p acționează după direcția axei cilindrului şi se poate descompune după direcția bielei :

$$F_b = \frac{F_p}{\cos\psi} \tag{10.27}$$

şi perpendicular pe axa cilindrului :

$$F_n = F_p \cdot tg\psi \tag{10.28}$$

încărcând ghidajele capului de cruce (fig.10.14) sau cilindrul (fig.10.15b).

Forța din bielă se descompune în butonul manivelei, după direcția manivelei şi perpendicular pe aceasta, în forțele :

$$F_t = F_b \cdot \sin(\psi + \varphi) = \frac{F_p}{\cos\psi} \cdot \sin(\psi + \varphi) \tag{10.29}$$

$$F_r = F_b \cdot \cos(\psi + \varphi) = \frac{F_b}{\cos\psi} \cdot \cos(\psi + \varphi) \tag{10.30}$$

Momentul la arborele manivelei este :

$$M = F_t \cdot r = \frac{F_p \cdot r}{\cos\psi} \cdot \sin(\psi + \varphi) \tag{10.31}$$

Pentru a avea o repartizare mai uniformă a momentului de rotație, motoarele se fac cu mai mulți cilindri cu ciclu decalat şi se prevăd cu volant, element ce are rolul de a uniformiza mersul maşinii prin înmagazinarea lucrului mecanic în surplus.

10.3.2 Organele mecanismului bielă –manivelă

10.3.2.1 *Pistonul*

Pistonul este elementul care transmite presiunea dată de fluid (la maşinile motoare) sau care exercită o presiune asupra fluidului (la maşinile de lucru).

În mişcarea de translație pe care o efectuează, pistonul împarte cilindrul în două compartimente etanşe, etanşeitatea asigurându–se cu ajutorul unor inele elastice numite segmenți.

După forma constructivă, se deosebesc următoarele tipuri de pistoane :

– *piston–disc simplu* (fig.10.16a) *sau dublu* (fig.10.16b) utilizat la

maşinile cu abur cu simplu sau dublu efect. Pistoanele – disc se caracterizează prin diametru mare în raport cu lungimea. Pistonul este susţinut şi ghidat prin tijă simplă sau prin tijă şi contratijă;

– *piston–pahar* (fig.10.17), folosit la motoarele cu ardere internă. Asamblarea cu capul bielei se face printr–un bolţ;

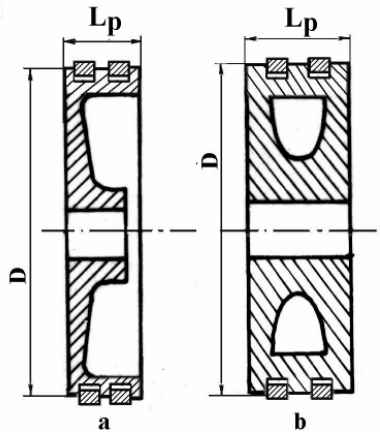


Fig.10.16

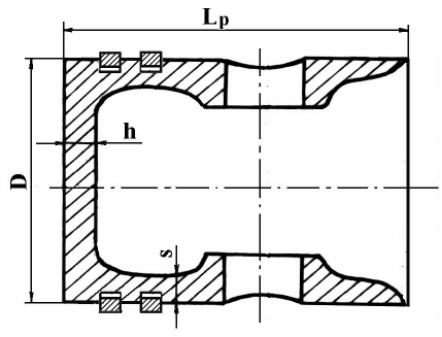


Fig.10.17

– *piston etajat* (fig.10.18), cu diametre diferite ce lucrează simultan în cilindri coaxiali, folosit la compresoarele în trepte şi la amplificatoare de presiune.

Materiale

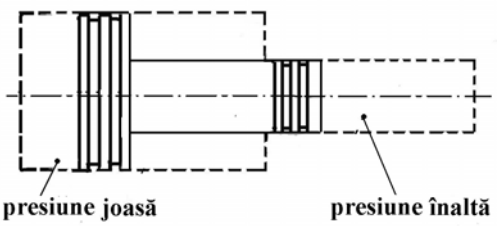


Fig.10.18

Pistoanele se construiesc din fontă şi din aliaje de aluminiu. Cele din fontă sunt rezistente la uzură, se dilată puţin la încălzire, sunt ieftine. În acelaşi timp însă sunt grele (de 2,5 .. 3 ori mai grele decât cele din aluminiu); conduc căldura mai slab (din care cauză păstrează o temperatură mai înaltă, 450–520^0 C).

Pistoanele din aliaje de aluminiu, la aceleaşi dimensiuni, au greutate mică, conduc mai bine căldura, au calităţi mecanice bune. Prezintă dezavantajul că se dilată aproape de două ori mai mult decât pistonul din fontă şi sunt mai puţin rezistente la uzură.

Cele mai utilizate sunt aliajele de aluminiu, cu adaos de Cu, Si, Mg.

După prelucrarea mecanică, pistoanele se tratează termic.

Calculul pistonului pahar

Ca urmare a funcțiilor pistonului, calculul lui cuprinde trei aspecte : calculul de rezistență, termic şi de uzură.

a) *Calculul de rezistență*

La motoarele termice se defineşte noțiunea de presiune medie indicată :

$$p_{mi} = \frac{L}{V} \tag{10.32}$$

unde :

L – lucrul mecanic efectuat într-un cilindru;

V – volumul camerei de ardere : $V = \frac{\pi D^2}{4} \cdot c$

unde :

c – cursa pistonului : $c = \xi \cdot D$

în care :

$\xi = \frac{c}{D}$ – raportul dintre cursa pistonului şi diametrul său. Uzual ξ=(1...1,3) pentru motoarele cu aprindere prin scânteie şi ξ = (1,2 …1,8) pentru cele cu aprindere prin compresie .

Puterea efectivă la axul motor:

$$P_e = \eta_m \cdot P_i \tag{10.33}$$

unde P_i reprezintă puterea consumată:

$$P_i = \frac{L \cdot z}{t} \tag{10.34}$$

în care z este numărul de cilindri, iar t reprezintă timpul ($t = \frac{2\pi}{\omega}$ la motoare în doi timpi şi $t = \frac{4\pi}{\omega}$ la motoare în patru timpi).

η_m – randamentul mecanic: η_m = (0,78 … 0,9) la MAC şi η_m = (0,82 … 0,92) la MAS.

Înlocuind în relaţia (10.34) lucrul mecanic $L = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot c \cdot p_m$ şi timpul, ţinând seama de relaţia (10.33) rezultă:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot P_e}{\xi \cdot \eta_m \cdot z \cdot \omega \cdot p_m}}$$ la motoarele în patru timpi (10.35)

$$D = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot P_e}{\xi \cdot \eta_m \cdot z \cdot \omega \cdot p_m}}$$ la motoarele în doi timpi (10.36)

Grosimea fundului pistonului h se determină din limitarea tensiunii de încovoiere din placa de fund. Aceasta se consideră că este o placă circulară rezemată pe un contur cu diametrul D, asupra căreia acţionează presiunea maximă din cilindru (fig.10.19). Rezultanta presiunii este forţa $F/2$ acţionând în centrul de greutate al suprafeţei semicercului (punctul A_1).

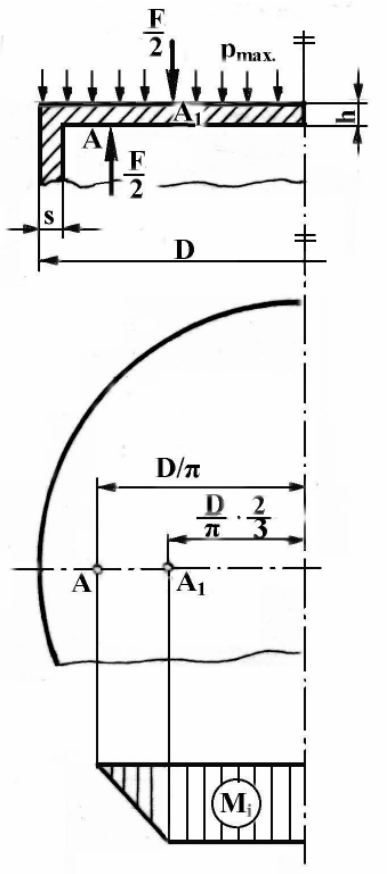


Fig.10.19

Rezultanta reacţiunii acţionează în centrul de greutate al suprafeţei semicercului (punctul A).

$$F = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot p_{\max}$$

Tensiunea maximă de încovoiere:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W} = \frac{\frac{F}{2} \cdot \left(\frac{D}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot \frac{D}{\pi} \right)}{\frac{D \cdot h^2}{6}} \le \sigma_{ai}$$

de unde:

$$h \ge \frac{D}{2} \cdot \sqrt{\frac{p_{\max}}{\sigma_{ai}}}$$ (10.37)

b) *Calculul termic* urmăreşte ca în timpul exploatării, deformațiile termice ale pistonului şi cilindrului să asigure existența unui anumit joc între cele două suprafețe.

c) *Calculul la uzură* urmăreşte determinarea lungimii pistonului pe baza presiunii de contact:

$$p_1 = \frac{F_n}{D \cdot L_p} \leq p_a \tag{10.38}$$

de unde rezultă lungime pistonului:

$$L_p \geq \frac{F_n}{D \cdot p_a} \tag{10.39}$$

unde: p_a – presiunea admisibilă de contact egală cu (0,3 … 0,6) MPa la motoare de autoturisme şi (0,15 … 0,3) MPa pentru motoare de camion şi tractor.

10.3.2.2 *Segmenții*

Segmenții sunt inele elastice care au rolul de a asigura etanşeitatea spațiilor despărțite de piston în mişcare (segmenții de etanşare) şi de a asigura răzuirea uleiului în exces de pe cilindru şi de a conduce în carter (segmenții de ungere).

Segmenții se execută din materiale rezistente la uzură şi la temperaturi ridicate ca: fonte aliate cu Ni, Cr, Mo, bronzuri şi unele materiale nemetalice. Se toarnă prin centrifugare o tobă de un anumit diametru, se prelucrează prin aşchiere şi apoi din ea se decupează mai multe inele cărora li se taie o fantă oblică sau în trepte.

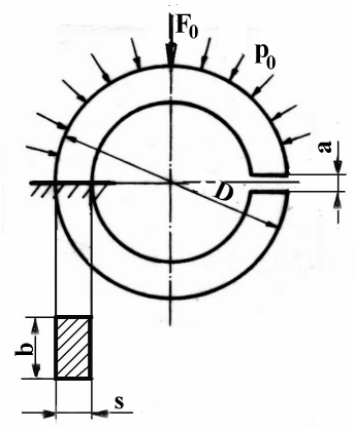


Fig.10.20

După prelucrare, segmentul se desface, se introduce pe piston în locaşul lui şi apoi pistonul se montează forțat în cilindru. Datorită elasticității, segmentul exercită o presiune uniform distribuită p_0 pe suprafața cilindrului.

Pentru calculul de rezistență al segmentului se consideră jumătate din el ca

fiind o grindă încastrată (fig.10.20), încărcată pe contur cu presiunea uniform distribuită p_0. Rezultanta acestor presiuni:

$$F_0 = D \cdot b \cdot p_0 \tag{10.40}$$

supune segmentul la încovoiere:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W} = \frac{F_0 \cdot \frac{D}{2}}{\frac{b \cdot s^2}{6}} \le \sigma_{ai} \tag{10.41}$$

Rezultă că:

$$s \ge D \cdot \sqrt{\frac{3p_0}{\sigma_{ai}}} \tag{10.42}$$

Lăţimea segmentului se recomandă: $b = (1{,}5...2) \cdot s$.

10.3.2.3 *Biela*

Biela se compune din tijă (corpul bielei) şi două capete de construcţie specială care să permită articularea acesteia la manivelă, respectiv la piston sau la capul de cruce. Capetele de bielă sunt lagăre, prevăzute cu cuzineţi, sisteme de ungere şi reglare a jocului (deoarece lungimea bielei trebuie să rămână constantă).

Capul de bielă poate fi: ochi dintr-o bucată (fig.10.21a); ochi din două bucăţi (fig.10.21b); dreptunghiular (fig.10.21c).

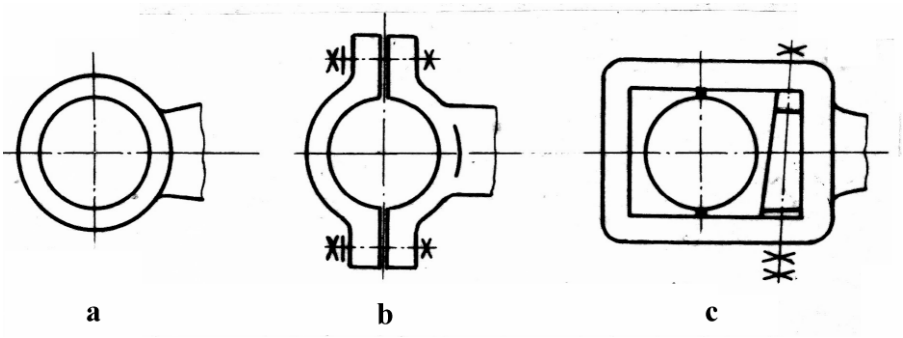


Fig.10.21

Biela poate fi cu ambele capete închise şi rotunde, cu un capăt deschis, cu ambele capete deschise, cu ambele capete pătrate.

Secţiunea corpului bielei poate fi (fig.10.22): rotundă, dreptunghiulară,

dublu T, ovală ş.a.

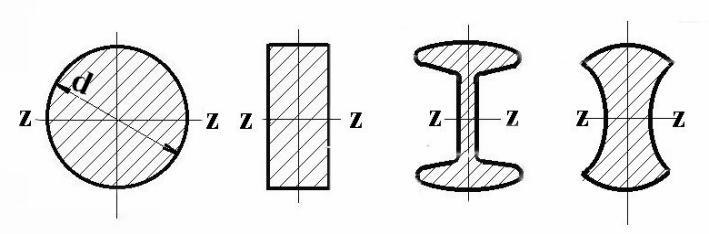


Fig.10.22

Biela face parte dintre organele de maşini puternic solicitate, de aceea se execută din: oţel de calitate (OLC 35 şi OLC 45), oţel aliat (35CrNi15; 41MoCr11) iar la maşini rapide, pentru reducerea forţelor de inerţie, se folosesc aliaje de aluminiu de înaltă rezistenţă. Bielele se execută prin turnare sau forjare, după care urmează prelucrări mecanice şi tratamente termice de detensionare şi normalizare.

Calculul tijei bielei

Lungimea bielei se determină odată cu proiectarea cinematică a mecanismului. Secţiunea transversală a bielei se obţine limitând tensiunea maximă de întindere-compresiune (pentru bielele maşinilor lente).

$$\sigma_t = \frac{F_b}{A} \le \sigma_{at} \qquad (10.43)$$

şi întindere-compresiune cu încovoiere (datorită forţelor de inerţie din bielele maşinilor rapide).

$$\sigma_{\max} = \sigma_t + \sigma_i = \frac{F_b}{A} + \frac{M_{i\max}}{W_z} \le \sigma_{at} \qquad 10.44)$$

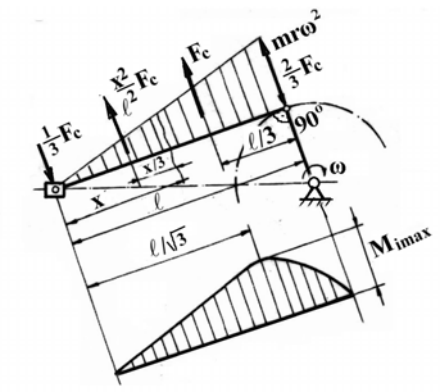


Fig.10.23

Pentru calculul momentului încovoietor maxim se consideră masa bielei uniform repartizată pe lungimea ei. Solicitarea de încovoiere datorată forţelor de inerţie este maximă în poziţia în care axa bielei face un unghi de 90° cu axa manivelei (fig.10.23).

Forţa de inerţie are o

repartiţie triunghiulară pe lungimea bielei:

$$F_c = \frac{m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda}{2} \tag{10.45}$$

Momentul încovoietor în secţiunea *x* rezultă:

$$M_{i(x)} = -\frac{1}{3} \cdot F_c \cdot x + \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2}{\lambda^2} \cdot F_c \tag{10.46}$$

Momentul este maxim în punctul în care se anulează derivata lui.

$$M_{i\max} = -\frac{3}{9} \cdot F_c \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{3}} + \frac{1}{9} \cdot F_c \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{3}} = -\frac{2 \cdot \lambda}{9\sqrt{3}} \cdot F_c, \quad \text{pentru} \quad x = \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \tag{10.47}$$

Calculul capului de bielă ochi din două bucăţi (deschis)

Această formă constructivă este des folosită, capacul fiind strâns de corp prin două sau patru şuruburi ajustate în locaşurile lor.

Capacul de la capul deschis (fig.10.24) se poate asimila cu o grindă simplu rezemată pe două reazeme la distanţa λ şi încărcată cu două forţe $\frac{1}{2} \cdot F_b$ la distanţa *d*/4 de axa bielei. Calculul urmăreşte verificarea grosimii capacului h în secţiunea mediană $I - I$, unde se poate scrie:

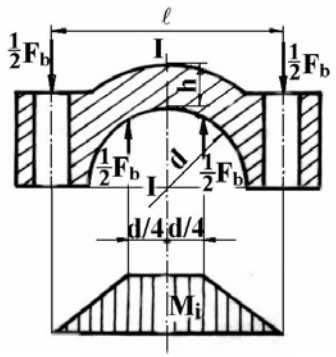


Fig.10.24

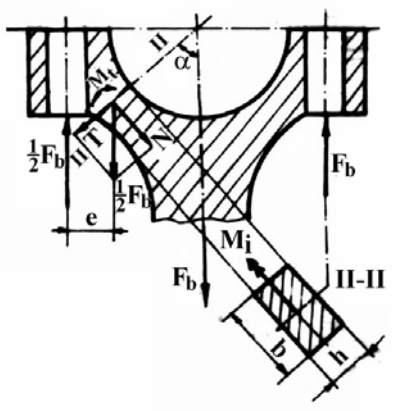


Fig.10.25

$$\sigma_{iI-I} = \frac{M_{iI-I}}{W_{I-I}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_b \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{d}{4}\right)}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{3F_b \cdot (1 - 0{,}5d)}{2b \cdot h^2} \le \sigma_{ai} \tag{10.48}$$

unde *b* reprezintă lăţimea capului.

Partea capului de bielă, solidară cu tija (fig.10.25) se verifică în secţiunea II-II, înclinată cu unghiul α în raport cu axa bielei, la solicitarea compusă de încovoiere, tracţiune şi forfecare.

$$\sigma_{iII} = \frac{M_{iII}}{W_{II}} = \frac{\frac{1}{2}F_b \cdot e}{\frac{b \cdot h^2}{6}} \tag{10.49}$$

$$\sigma_{tII} = \frac{N}{b \cdot h} = \frac{\frac{1}{2}F_b \cdot \sin\alpha}{b \cdot h^2} \tag{10.50}$$

$$\tau_{II} = \frac{T}{b \cdot h} = \frac{\frac{1}{2}F_b \cdot \sin\alpha}{b \cdot h} \tag{10.51}$$

$$\sigma_{eII} = \sqrt{(\sigma_{tII} + \sigma_{iII})^2 + 3\tau_{II}^2} \le \sigma_{at}$$

Şuruburile de fixare a capacului de bielă sunt solicitate foarte puternic de forţe acţionând cu şoc. Şocurile se datorează jocurilor din lagărele capetelor de bielă. Şuruburile se dimensionează la tracţiune la forţa maximă din bielă.

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_b \cdot 1{,}3}{z \cdot \pi \cdot \sigma_{at}(-1)}}$$

unde *z* reprezintă numărul de şuruburi necesar fixării capacului.

10.3.2.4 *Arborele cotit*

Arborii cotiţi primesc mişcarea de la bielă.

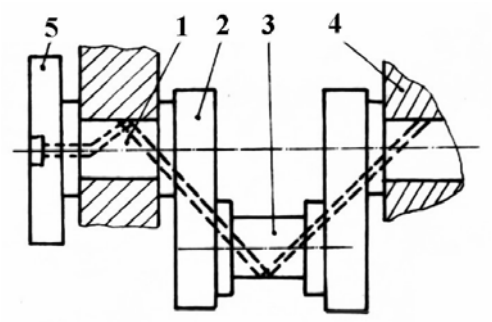


Fig.10.26

Părţile componente ale unui arbore cotit sunt (fig.10.26):
1 – fus palier;
2 – cot;
3 – fus de bielă (maneton);
4 – lagăr palier;
5 – volant.

Numărul coturilor arborelui este egal cu numărul cilindrilor.

Coturile nu sunt dispuse în acelaşi plan pentru a favoriza ieşirea pistoanelor din punctele moarte şi în scopul încărcării cât mai echilibrate a arborelui.

Arborii cotiţi se fac dintr-o bucată sau din mai multe bucăţi prin forjare liberă sau în matriţă (din oţel de calitate şi oţel aliat) sau se execută prin turnare din fontă specială, material care amortizează mai bine şocurile şi vibraţiile.

Pentru ungerea fusurilor de bielă, prin coturi se practică găuri prin care se trimite ulei sub presiune.

Arborele cu un cot se calculează la fel ca manivela.

Arborii cu mai multe coturi sunt nişte grinzi static nedeterminate, deoarece se sprijină pe mai mult de două lagăre.

Calculul complet al unui arbore cotit comportă următoarele etape:

a) calculul reacţiunilor din lagăre;
b) predimensionarea arborelui cu relaţii practice;
c) verificarea acestor dimensiuni la rezistenţă şi oboseală;
d) verificarea deformaţiilor arborelui (săgeţi şi înclinări);
e) verificarea la turaţii critice (transversale şi torsionale).

Verificările (d) şi (e) se efectuează echivalând arborele cotit cu un arbore drept cu salturi de diametru.

10.4. Mecanisme cu came

10.4.1 Noţiuni generale

Mecanismul cu camă transformă mişcarea de rotaţie a camei (element conducător) în mişcare rectilinie a tachetului (element condus) după o lege dată impusă de profilul camei.

În general la un mecanism cu camă se deosebesc (fig.10.27): 1 – arborele cu came; 2–cama; 3 – galetul; 4 – tachetul; 5 – ghidajul tachetului; 6 – arc.

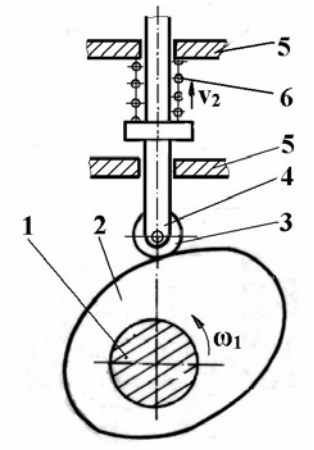


Fig.10.27

În timpul rotaţiei în general uniforme a arborelui cu came cu viteza unghiulară ω_1, cama obligă tachetul să se deplaseze în sus

după o anumită lege. Pe porțiunea descendentă a camei, tachetul este obligat de arc sau de ghidajul special practicat în camă, să urmărească de asemenea profilul camei.

Tachetul se termină uneori cu o rolă numită galet, în care caz frecarea între cele două corpuri este de rostogolire, construcția însă este mai complicată şi masa mai mare, ceea ce conduce la forțe de inerție mai mari. De obicei tachetul este fără galet şi între el şi camă frecarea este de alunecare. Tachetul în translație poate fi axat față de centrul camei (fig.10.27) sau dezaxat (fig.10.29).

În practică, mecanismele cu came se întâlnesc combinate cu mecanisme cu pârghii articulate (fig.10.28):

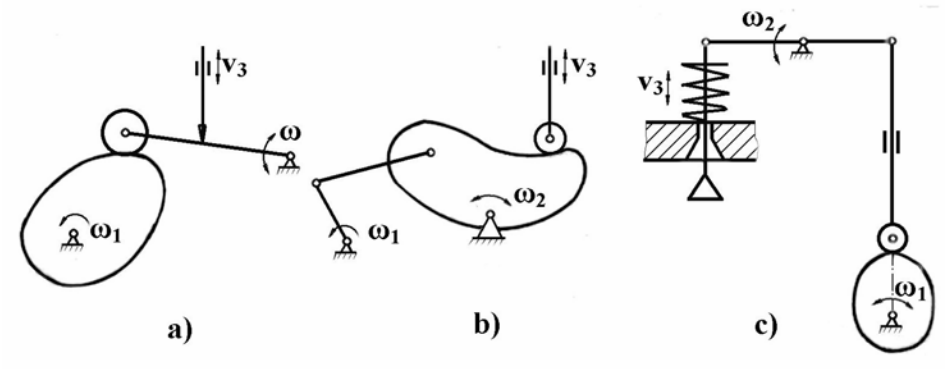


Fig.10.28

a) cama transmite mişcare la o pârghie oscilantă şi apoi la tachet;

b) mecanismul bielă-manivelă transmite camei o mişcare oscilantă;

c) mecanismul de distribuție, la motoarele cu ardere internă, cu culbutori.

După forma curbelor care le determină profilul, camele pot fi plane (fig.10.28) sau spațiale.

Avantajele mecanismelor cu came constau în simplitatea lor constructivă şi în posibilitățile mari ce le au de a transforma mişcările atât ca direcție cât şi ca mărime şi sens, astfel încât au o mare aplicabilitate în instalațiile automatizate şi mecanizate. Dezavantajul lor constă în uzura elementelor în contact.

În funcție de destinația lor, în general se impune legea de mişcare a elementului condus, trebuind să se stabilească profilul camei necesar pentru

realizarea acestei legi. Prin profil se înţelege forma curbei de contact cu tachetul, rezultată într-o secţiune cu un plan perpendicular pe axa de rotaţie a camei. Obişnuit legea de mişcare a tachetului este liniară, parabolică sau armonică.

La un mecanism cu camă deosebim următoarele elemente geometrice (fig.10.29):

- Unghiul de presiune α este unghiul dintre normala la profilul camei în punctul considerat şi direcţia de deplasare a tachetului;

- Unghiul de transmitere a mişcării δ, complementul lui α;

- Etapa este porţiunea din camă caracterizată de unghiul la centru φ_h pentru care tachetul urcă după aceiaşi lege, coboară sau face pauză. Fiecare etapă se caracterizează printr-o rază maximă *OB*, una minimă *OA* şi o rază medie:

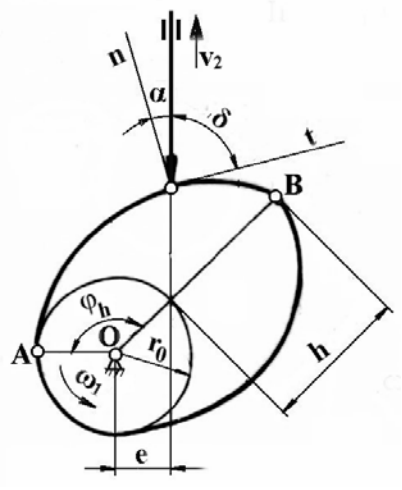


Fig.10.29

$$r_{med} = 0{,}5 \cdot (r_{\min} + r_{\max})$$

- Cursa de ridicare sau coborâre în etapa respectivă *h*:

$$h = r_{\max} - r_{\min}$$

- Excentricitatea *e*, distanţa de la centrul de rotaţie al camei până la direcţia de mişcare a tachetului.

- Cercul de bază r_0, cercul cu raza egală cu distanţa cea mai mică de centrul de rotaţie al camei la profilul ei: $r_0 = r_{\min}$

10.4.2 Sinteza mecanismelor cu came

La sinteza unui mecanism cu camă se presupun cunoscute ecuaţiile mişcării tachetului în diferite etape: $S_2 = S_2(t)$ ca şi ecuaţia mişcării camei $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ - pentru cama în rotaţie sau $S_1 = S_1(t)$ - pentru cama în translaţie.

Aceste ecuaţii constituie ecuaţiile parametrice ale profilului camei, profil ce poate fi construit grafic.

De obicei ω_1 = ct. şi atunci problema construirii profilului camei se reduce la a împărți cursa tachetului în etapa respectivă după legea dată de ecuația $S_2 = S_2(t)$.

a. *Legea liniară de mişcare a tachetului*

Se consideră că spațiul parcurs de tachet variază în raport cu timpul după o lege liniară:

$$S_2 = C_1 t + C_2 \qquad iar \qquad \varphi = \omega_1 \cdot t$$

$$t = \frac{\varphi}{\omega_1}; \qquad S_2 = C_1 \cdot \frac{\varphi}{\omega_1} + C_2 \tag{10.52}$$

Punând condițiile la limită: $\varphi = 0;$ $S_2 = 0$ rezultă $C_2 = 0;$ $\varphi = \varphi_h;$ $S_2 = h$ şi $C_1 = \dfrac{h \cdot \omega_1}{\varphi_h}$

Ecuația (10.52) devine:

$$S_2 = \frac{h \cdot \omega_1}{\varphi_h} \cdot \frac{\varphi}{\omega_1} = \frac{h \cdot \varphi}{\varphi_h} \tag{10.53}$$

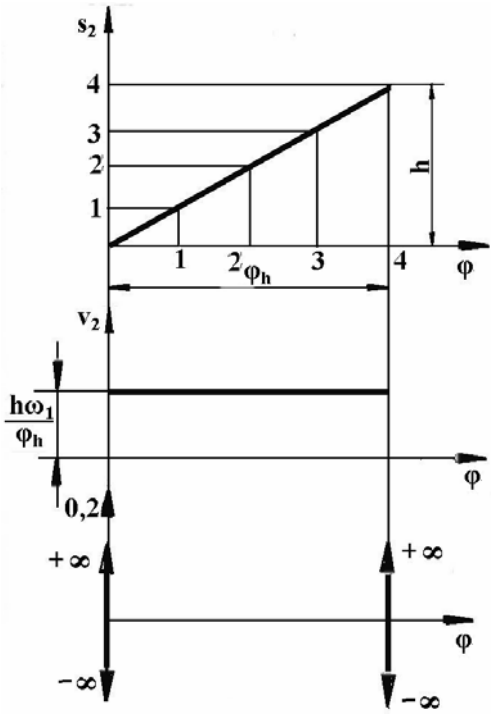


Fig.10.30

Viteza:

$$v_2 = \frac{\mathrm{d}S_2}{\mathrm{d}t} = \frac{h \cdot \omega_1}{\varphi_h} \tag{10.54}$$

Accelerația:

$$a = \frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{10.55}$$

Reprezentarea grafică a expresiilor (10.53), (10.54) şi (10.55) este dată în fig.10.30.

La începutul şi sfârşitul etapei avem o variație bruscă a vitezei pentru un timp tinzând la zero:

$$\mathrm{a} = \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta \mathrm{t}} \to \infty$$

Deoarece pentru $t \to 0$, $a \to \infty$, forțele de inerție

$F_i \to \infty$, apar deci ceea ce se numesc **şocuri dure** în mecanism. În realitate schimbarea vitezei nu se face instantaneu ci într-un timp $\Delta t > 0$, deci şi $F_i < \infty$, dar uzura în astfel de situaţii este pronunţată, de aceea mecanismele cu camă cu legea liniară de mişcare a tachetului nu se folosesc în practică la viteze mici.

O variantă îmbunătăţită a acestei legi este legea liniară cu racordări. În acest caz nu mai avem salturi de viteză, iar acceleraţia are variaţii bruşte dar finite, ceea ce produce **şocuri mari**. Un exemplu particular de camă ce produce o mişcare liniară la tachet este cama cardioidă la care $\varphi_h = \pi$ (fig.10.31).

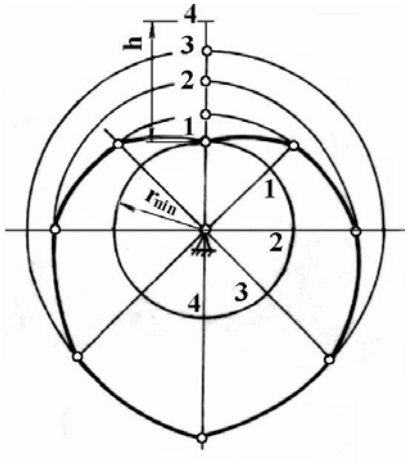


Fig.10.31

Această camă se bucură de proprietatea că poate fi folosită pentru ambele sensuri de rotaţie în acelaşi scop.

b. *Legea parabolică de mişcare a tachetului*

Se consideră că în faza de urcare, spaţiul parcurs de tachet variază parabolic cu timpul astfel:

$$S_2 = C_1 \cdot t^2 + C_2 \quad \text{iar} \quad \varphi = \omega_1 \cdot t \qquad t = \frac{\varphi}{\omega_1}; \tag{10.56}$$

Punând condiţiile de limită: $t = 0$; $\varphi = 0$; $S_2 = 0$ rezultă C_2=0.

$$\varphi = \frac{\varphi_h}{2}; \qquad S_2 = \frac{h}{2} \text{ rezultă: } C_1 = \frac{2h \cdot \omega_1^2}{\varphi_h^2}$$

Ecuaţia (10.56) devine: $S_2 = \frac{2h\omega_1^2}{\varphi_h^2} \cdot t^2 = \frac{2h}{\varphi_h^2} \cdot \varphi^2$ (10.57)

Viteza: $v_2 = \frac{\mathrm{d}S_2}{\mathrm{d}t} = \frac{4h\omega_1^2}{\varphi_h^2} \cdot t$ (10.58)

pentru $\varphi = \frac{\varphi_h}{2}$ $v_2 = v_{2\max} = \frac{4h\omega_1^2}{\varphi_h^2} \cdot \frac{\varphi_h}{2\omega_1}$ $v_{2\max} = \frac{2h \cdot \omega_1}{\varphi_h}$

Accelerația: $a_2 = \dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = \dfrac{4h \cdot \omega_1^2}{\varphi_h^2}$ (10.59)

Cu acelaşi arc de parabolă se transferă numai jumătate de etapă (fig.10.32), cealaltă jumătate se trasează cu un arc simetric pentru ca viteza la sfârşitul etapei să ajungă la zero, deci să se evite şocurile dure.

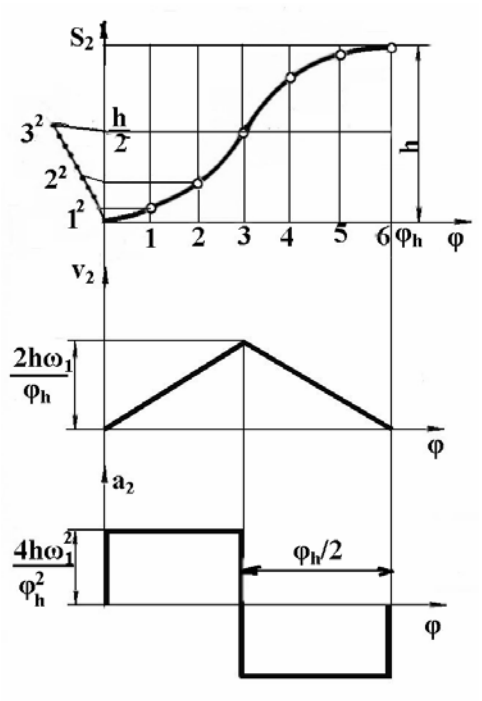


Fig.10.32

Pentru ramura a doua a parabolei ecuațiile se pot scrie prin schimbarea variabilelor:

$$S_2 = h - \frac{2h}{\varphi_h^2} \cdot (\varphi_h - \varphi)^2$$

$$v_2 = \frac{4h\omega_1}{\varphi_h^2} \cdot (\varphi_h - \varphi) \quad (10.60)$$

$$a_2 = -\frac{4h\omega_1^2}{\varphi_h^2}$$

La acest profil de camă accelerația are variații finite, deci şocurile vor fi mari. Viteza maximă este la mijlocul etapei.

c. *Legea cosinusoidală de mişcare a tachetului*

Se consideră că spațiul parcurs de tachet variază cu timpul după o lege cosinusoidală:

$$S_2 = C_1 + C_2 \cdot \cos C_3 \cdot \omega_1 \cdot t \qquad iar \qquad \varphi = \omega_1 \cdot t$$

$$t = \frac{\varphi}{\omega_1} \qquad S_2 = C_1 + C_2 \cos C_3 \varphi \qquad (10.61)$$

Din condițiile la limită: φ=0; S_2=0 rezultă $C_1 + C_2 = 0$;

$\varphi = \varphi_h$; $S_2 = h$; $v_2 = 0$

$$v_2 = \frac{\mathrm{d}S_2}{\mathrm{d}t} = -C_2 C_3 \omega_1 \sin C_3 \omega_1 t = 0$$

$$\sin C_3\varphi_h = 0 \Rightarrow \quad C_3\varphi_h = \pi \text{ rezultă: } C_3 = \frac{\pi}{\varphi_h} \qquad S_2 = C_1 - C_2 = h$$

de unde: $C_1 = \frac{h}{2}$ şi $C_2 = -\frac{h}{2}$.

Ţinând seama de constantele de integrare ecuaţiile spaţiului, vitezei şi acceleraţiei devin:

$$S_2 = \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \cos\frac{\pi \cdot \varphi}{\varphi_h}\right) \tag{10.62}$$

$$v_2 = \frac{\mathrm{d}S_2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}S_2}{\mathrm{d}\varphi} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi h\omega_1}{2\varphi_h} \sin\frac{\pi\varphi}{\varphi_h} \tag{10.63}$$

$$a_2 = \frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_2}{d\varphi} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi^2 h\omega_1^2}{2\varphi_h^2} \cos\frac{\pi\varphi}{\varphi_h} \tag{10.64}$$

Reprezentând grafic ecuaţiile (10.62), (10.63) şi (10.64) în fig.10.33 se remarcă existenţa şocurilor mari la începutul şi sfârşitul etapei datorită variaţiei acceleraţiei.

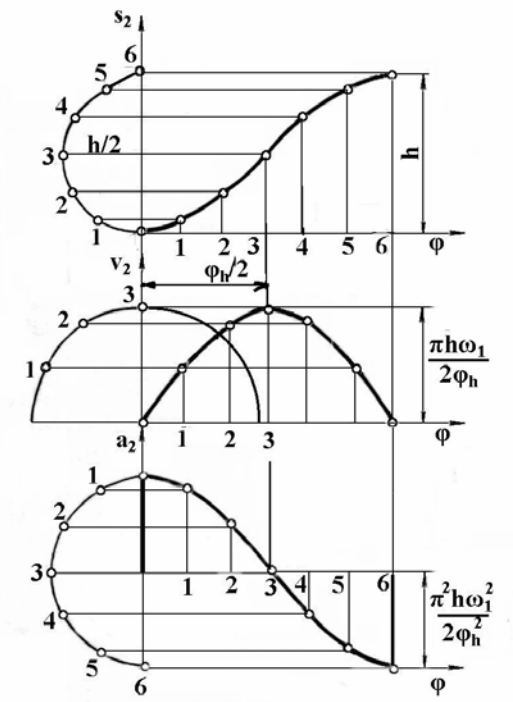


Fig.10.33

10.4.3 Construcția profilului unei came

Se consideră o camă, cu tachet axat, ca în fig.10.34 care are pe porțiunea *AB* o etapă de unghi la centru φ_h după una din legile analizate anterior.

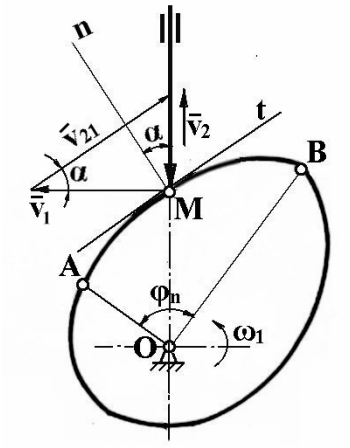


Fig.10.34

$$OA = r_{\min} \qquad OB = r_{\max}$$

$$r_{med} = \frac{r_{\min} + r_{\max}}{2} = r_{\min} + \frac{h}{2}$$

$$r_{\min} = r_{med} - \frac{h}{2} \tag{10.65}$$

Din condiția ca viteza realizată $\vec{v}_{21}$ să fie paralelă cu tangenta în punctul de contact rezultă:

$$\tan\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_2}{r \cdot \omega_1}; \quad \tan\alpha_{\max} = \frac{v_{2\max}}{r_{med} \cdot \omega_1}$$

$$r_{med} = \frac{1}{\tan\alpha_{\max}} \cdot \frac{v_{2\max}}{\omega_1} \tag{3.66}$$

În toate cazurile studiate viteza maximă a fost la mijlocul etapelor având forma:

$$v_{2\max} = K \cdot \frac{h\omega_1}{\varphi_h}$$

unde: K=1 pentru legea liniară; K=2 pentru legea parabolică; K=π/2 pentru legea cosinusoidală.

deci:

$$r_{med} = \frac{1}{\tan\alpha_{\max}} \cdot \frac{Kh}{\varphi_h} = \frac{57{,}3}{\tan\alpha_{\max}} \cdot \frac{Kh}{\varphi_h^{\circ}} \tag{10.67}$$

unde: $\alpha_{\max}$ – unghiul de presiune maxim, limitat din considerente de transmitere a forțelor de la camă la tachet şi de execuția unei came cu gabarit minim;

h – cota maximă la care se află tachetul în etapa respectivă;

K – coeficient ce depinde de legea de mişcare;

φ_h – unghiul etapei în radiani sau grade .

Cunoscând legile de mişcare pe fiecare etapă de unghi φ_h a camei, α_{max} şi h, pentru trasarea profilului camei:

- se calculează raza medie pentru fiecare etapă cu relaţia (10.67);
- se calculează raza minimă cu relaţia (10.65) pentru fiecare etapă;
- cu o rază egală cu cea mai mare rază minimă se trasează cercul de bază r_0;
- se împarte cercul de bază în etape în ordinea inversă rotaţiei camei;
- se trasează profilul prin puncte, divizând arcul de cerc în părţi egale (ω_1=ct) în fiecare etapă iar cursa tachetului după legea respectivă.

Dacă tachetul este un galet profilul astfel obţinut este un profil teoretic şi reprezintă locul geometric al centrului rolei galetului. Profilul efectiv al camei se va obţine ca înfăşurătoarea poziţiilor succesive ale galetului cu centrul pe profilul teoretic.

Calculul organologic al mecanismelor cu came se face la tensiune de contact ţinând seama de relaţiile lui Hertz pentru contacte punctiforme (relaţia 2.20) la camele cu tachet sau liniare şi (relaţia 2.24) la camele cu galet.

Capitolul 11
ORGANE PENTRU CIRCULAȚIA FLUIDELOR

11.1 Generalități

Organele pentru circulația fluidelor delimitează un spațiu închis destinat transportorului distribuției fluidelor, reglarea debitului, a presiunii, întreruperea curgerii, măsurarea diverşilor parametri.

Se compun din:

a) Conducte: țevi şi tuburi;
b) Organe de îmbinare a conductelor: flanşe, mufe, presgarnituri, fitinguri, îmbinări filetate;
c) Organe de închidere, dirijare şi reglare: robineți, distribuitoare, supape, drosele;
d) Aparate de măsură şi control.

O instalație pentru circulația fluidelor este condiționată în alcătuirea ei de: tipul fluidului, temperatura, debitul şi presiunea de lucru.

11.2 Conducte

Conductele le vom numi:

- țevi, dacă sunt laminate sau sudate, cum ar fi:
  - ♦ țevi de oțel trase folosite pentru instalații de apă, de gaz, în industria petrolieră;
  - ♦ țevi de oțel sudate din bandă de oțel, pentru irigații;
  - ♦ țevi din metale neferoase utilizate în industria chimică, în instalațiile sanitare (plumb), în construcțiile navale (alamă), la cazane (cupru);
  - ♦ țevi din materiale plastice cu sau fără armătură metalică folosite în instalațiile de încălzire (pexal), irigații, alimentări cu apă etc.
- tuburi, dacă sunt turnate din fontă, oțel, beton, azbociment.

Din punct de vedere al presiunii fluidelor ce circulă prin conductă,

acestea pot fi împărțite în:

- conducte de înaltă presiune ($p_i \geq 300$ bari), care în general sunt conducte rigide;
- conducte de joasă presiune ($p_i<300$ bari), care pot fi conducte flexibile sau rigide.

Caracteristic pentru conductă este diametrul nominal D_n, ce defineşte atât secțiunea ei cât şi dimensiunile principale ale organelor de distribuție, închidere şi reglare. Gama diametrelor nominale este standardizată.

Solicitarea principală a unei conducte este dată de presiunea fluidului din interiorul ei. La instalațiile importante trebuie avut în vedere şi sarcinile exterioare, cum ar fi: presiunea pământului (în cazul conductelor îngropate), acțiunea reazemelor, unda de şoc, sarcini apărute din dilatații împiedicate ş.a.

Diametrul interior al conductei D_n se stabileşte dintr-un calcul hidraulic astfel ca în instalație, la curgerea fluidului cu viteza v să fie asigurat debitul Q, deci:

$$Q = v \cdot \frac{\pi \cdot D_n^2}{4},$$

de unde rezultă:

$$D_n = \sqrt{\frac{4Q}{\pi \cdot v}} \qquad (11.1)$$

Acest diametru se standardizează la o valoare superioară, apropiată de cea calculată.

Grosimea conductei, δ se stabileşte ținând seama de presiunea fluidului din interiorul ei, p_i, prin limitarea tensiunilor ce apar în pereții conductei pe direcție tangențială (fig.11.1).

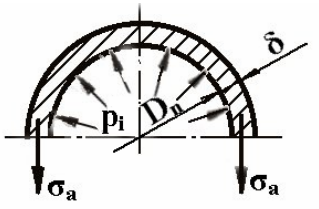


Fig.11.1

Din echilibrul forțelor rezultă:

$$2\sigma_a \cdot \delta \cdot \lambda \geq p_i \cdot D_n \cdot \lambda$$

de unde: $$\delta \geq \frac{p_i \cdot D_n}{2\sigma_a} + a$$

în care:

p_i - presiunea de încercare, care de regulă se consideră de 1,5 ori mai mare decât presiunea nominală;

σ_a - rezistența admisibilă a materialului țevii;

λ – lungimea conductei;

a – adaus ce ține seama de coroziunea conductei în timp ($a_{\min}$ = 0,5 mm),

Grosimea efectivă a peretelui se alege din standarde, corelată cu diametrul interior al conductei.

Dacă rezultă:

$\frac{\delta}{D_{med}} < \frac{1}{10}$ conducta este cu pereți subțiri;

$\frac{\delta}{D_{med}} > \frac{1}{10}$ conducta este cu pereți groşi

unde $D_{med} = D_n + \delta$

11.3 Organele de îmbinare a conductelor

Organele de îmbinare trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să asigure etanşeitatea;
- să prezinte rezistență mecanică;
- să aibă stabilitate chimică şi termică.

Având în vedere aceste condiții îmbinarea conductelor se poate realiza prin:

- asamblări nedemontabile care se pot face prin: sudare (fig.11.2), lipire, ştemuire (fig.11.3);

- asamblări demontabile care se pot face cu: flanşe (fig.11.4), îmbinări filetate (fig.11.5), presgarnituri (fig.11.6);

Fig.11.4

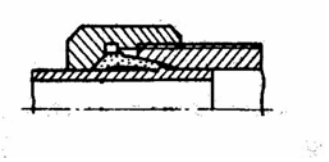


Fig.11.5

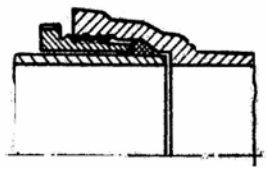


Fig.11.6

- asamblări elastice, pentru compensarea dilatațiilor, care se pot face: cu burduf, cu lire de dilatație.

Pentru schimbarea direcției conductelor rigide, reducerea diametrului sau realizarea unei ramificații, se folosesc piese de racord cu forme adecvate numite coturi (fig.11.7a), ramificații (fig.11.7b) sau reducții (fig.11.7c).

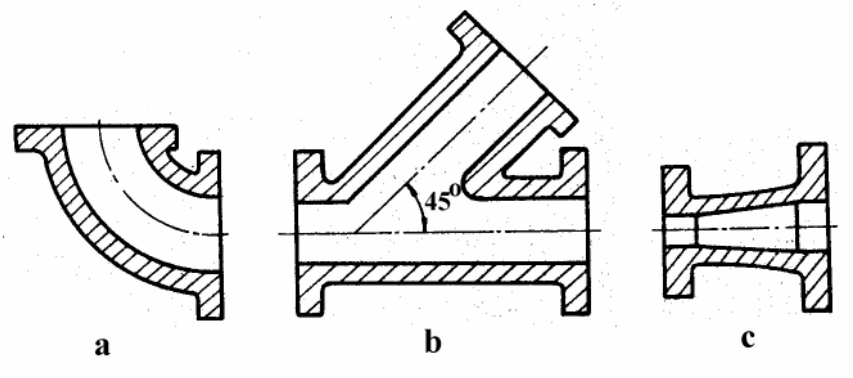


Fig.11.7

Ştemuirea este utilizată la tuburi de fontă şi asigură etanşarea conductelor la presiuni mici, deoarece foloseşte ca elemente de etanşare frânghia de cânepă cu gudron peste care se toarnă plumb topit care se ştemuieşte.

Îmbinarea filetată se utilizează de asemeni la presiuni nu prea mari, la materiale ce se pot fileta şi necesită garnituri de etanşare.

Îmbinarea prin flanşe are o largă răspândire, de aceea se întâlneşte în multe variante constructive, cu flanşe dintr-o bucată cu conducta (fig.11.8), separate şi îmbinate cu conducta prin sudare sau montate pe un guler. Etanşarea este asigurată prin strângerea şuruburilor ce prind cele două flanşe

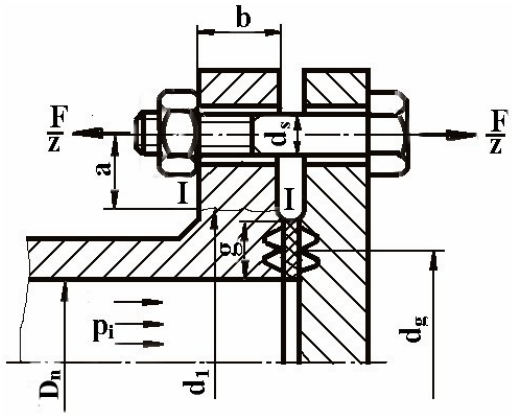


Fig.11.8

între care se află garnituri. Suprafețele de aşezare a garniturilor sunt de obicei prevăzute cu şanțuri circulare care permit pătrunderea garniturii astfel ca etanşarea să fie mai sigură.

Calculul îmbinărilor cu flanşe cuprinde două etape:

a) dimensionarea şuruburilor de strângere;

b) verificarea flanşelor la rezistență în secțiunile periculoase

a) Dacă conducta este obturată cu o flanşă oarbă, şuruburile de strângere a flanşelor se calculează la forța F compusă din forța F_{fl} care provine din presiunea p_i a fluidului şi forța F_e necesară pentru asigurarea etanşeității cu presiunea p_e:

$$F = F_{fl} + F_e$$

unde $F_{fl} = \frac{\pi D_n^2}{4} \cdot p_i$, iar $F_e = p_e \cdot \pi d_g \cdot g$

Ținând cont că asamblarea se face cu z şuruburi, diametrul unui şurub va fi:

$$d_s \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}3 \cdot F}{z \cdot \pi \cdot \sigma_a}}$$

b) Verificarea îmbinării se face în secțiunea periculoasă I-I la solicitarea compusă de încovoiere şi forfecare datorată forței F:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W_z} = \frac{F \cdot a \cdot 6}{\pi \cdot d_a \cdot b^2} \quad \text{şi} \quad \tau = \frac{F}{\pi d_1 \cdot b} \quad \Rightarrow \sigma_e = \sqrt{\sigma_i^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{ai}$$

11.4 Organe de închidere, dirijare, reglare şi control

Condițiile care se impun acestor organe sunt următoarele:

- să realizeze etanşeitatea închiderilor;

- să prezinte rezistență hidrodinamică locală mică;
- să aibă rezistență mecanică;
- să fie rezistente la coroziune şi la variațiile de temperatură;
- să aibă posibilități de montaj şi manevrabilitate;
- să respecte standardele.

Închiderea circulației fluidelor se realizează cu ajutorul robinetelor (armăturilor) prin varierea secțiunii de trecere a fluidului cu ajutorul unui element mobil, denumit şi obturator.

In funcție de direcția de deplasare a elementului mobil acesta poartă denumirea de:

1) *ventil* – dacă direcția de deplasare coincide cu cea a fluidului. Ventilul poate fi cu suprafața de contact: conică, plană (fig.11.9 a) sau sferică

2) *sertar* – dacă direcția de deplasare este perpendiculară pe cea a fluidului (fig.11.9b)

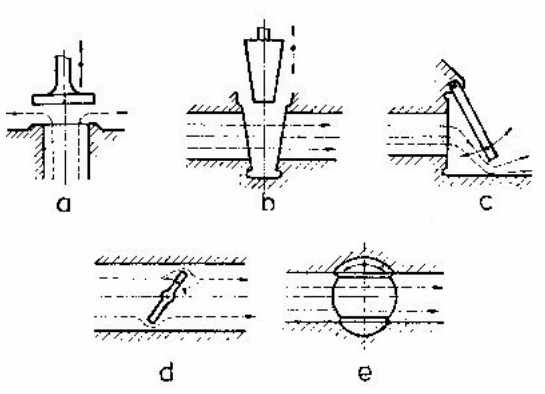


Fig.11.9

3) *cep* – dacă elementul mobil are o mişcare de rotație în jurul axei lui geometrice (fig.11.9e)

4) *clapetă* – dacă elementul mobil se roteşte în jurul unei axe paralelă cu suprafața de etanşat. Clapeta poate fi articulată la un capăt în cazul clapetei – valvă (fig.11.c.) sau articulată la mijloc, în cazul clapetei – fluture (fig.11.9 d).

Robinetele cu ventil (fig.11.10) sunt cele mai răspândite deoarece: au o construcție simplă, etanşare bună (suprafața de etanşare este plană sau conică şi se rectifică uşor). dezavantajul lor este că prezintă rezistență hidraulică mare.

Robinetele cu sertar - denumite şi vane (fig.11.11) prezintă o rezistență hidraulică mai mică decât cele cu ventil, etanşare bună au însă gabarit mare şi prelucrarea înclinată a suprafețelor de etanşare este dificilă.

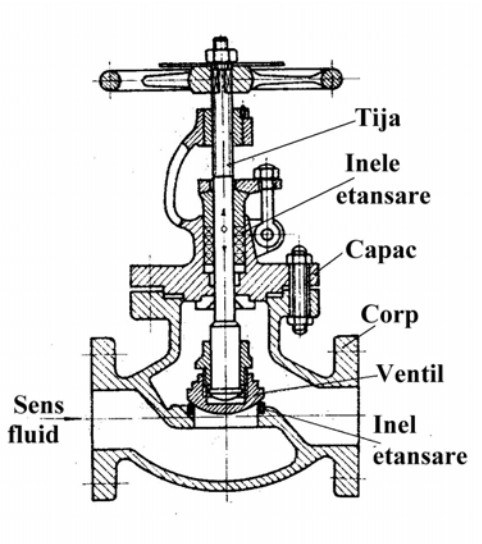


Fig.11.10

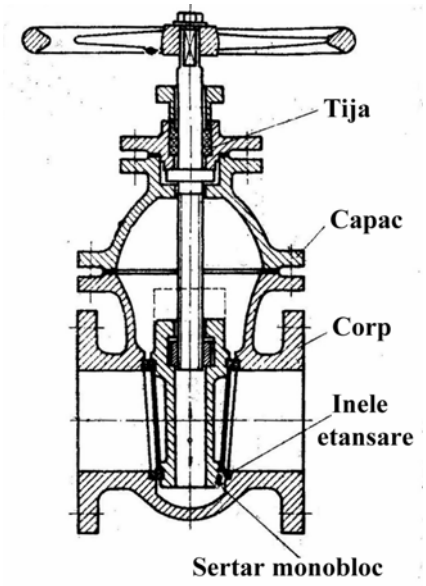


Fig.11.11

Robinetele cu cep (fig.11.12) au o etanşare foarte bună (se utilizează la conductele de gaz), sunt însă mai scumpe deoarece prelucrarea conurilor conjugate cu precizie este dificilă.

Robinetele cu clapetă (fig.11.13) au formă simplă, sunt uşor de prelucrat şi manevrat, etanşarea lor este însă mai puțin precisă, de aceea se utilizează la presiuni mici.

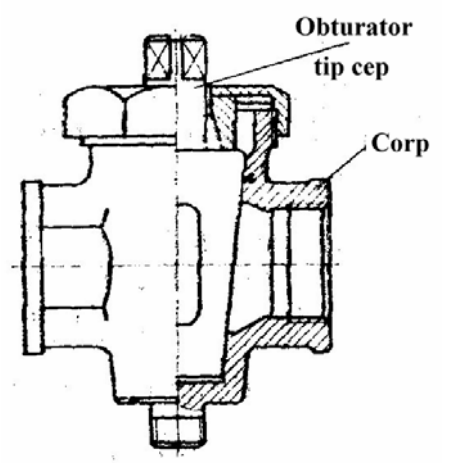


Fig.11.12

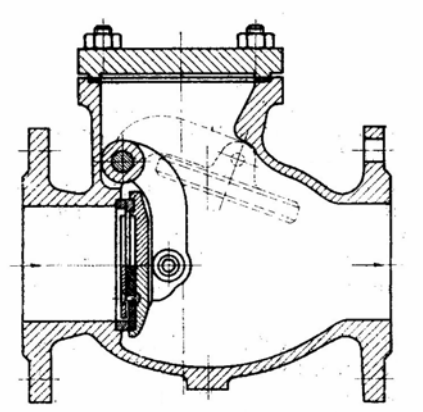


Fig.11.13

Materialele din care se execută piesele robinetelor au o mare importanță, mai ales cele aferente zonei de închidere. Alegerea lor depinde de: presiunea de lucru şi temperatura fluidului, natura fluidului şi viteza lui de curgere, coeficienții de dilatare ş.a.

Pentru corp şi capac se recomandă: Fc200 la temperaturi sub $200^0 C$; Fgn, OT şi OL la temperaturi sub $300^0 C$; Fm, OTA şi OLC la temperaturi sub $400^0 C$; OTA şi oțel aliat pentru temperaturi de până la $950^0 C$.

Inelele de etanşare pentru scaune pot fi din: bronz sau alamă pentru $t \le 250^0 C$; oțel inoxidabil pentru $t \le 450^0 C$ şi oțel aliat pentru $t \le 550^0 C$.

Ventilul se execută din: alamă, bronz, oțel laminat sau oțel aliat.

Dirijarea circulației fluidelor se realizează prin distribuitoare şi supape de sens. Constructiv, distribuitoarele pot fi: cu bilă, cu sertar cilindric sau plan.

Elementele de reglare sunt destinate reglării presiunii şi debitului fluidului. Pentru reglarea presiunii se vor utiliza supapele de presiune, iar pentru reglarea debitului se vor utiliza rezistențele reglabile (droselele).

Organele de dirijare, reglare şi control a circulației fluidelor vor fi studiate mai amănunțit în cadrul cursului de "Acționări hidro-pneumatice".

BIBLIOGRAFIE

1. Chişiu, A.,ş.a.- *Organe de maşini*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976.
2. Constantin, V., Palade, V. – *Mecanisme şi organe de maşini*, vol.I şi II, Galaţi, 1995.
3. Demian, T. – *Elemente constructive de mecanică fină*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1980.
4. Fălticeanu, C., ş.a.- *Elemente de inginerie mecanică*, Editura "Evrica" Brăila, 1998.
5. Gafiţanu, M. , ş.a. – *Organe de maşini*, vol.I, Editura Tehnică, Bucureşti, 1983.
6. Ivanov, M.N. – *Organe de maşini*. Univ. Tehnică a Moldovei, Editura „Tehnica", 1997.
7. Manea, C. – *Organe de maşini*, vol.I, Editura Tehnică, Bucureşti, 1970.
8. Paizi, Gh., ş.a. – *Organe de maşini şi mecanisme*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1977.